

**UNIEVANGÉLICA**

**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**GUSTAVO PERES HIPOLITO CORREIA**

**ANÁLISE DE FISSURAS EM VIGAS DE CONCRETO  
ARMADO UTILIZANDO O METODO DOS ELEMENTOS  
FINITOS**

**ANÁPOLIS / GO**

**2020**

**GUSTAVO PERES HIPOLITO CORREIA**

**ANÁLISE DE FISSURAS EM VIGAS DE CONCRETO  
ARMADO UTILIZANDO O METODO DOS ELEMENTOS  
FINITOS**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO AO  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DA UNIEVANGÉLICA**

**ORIENTADOR: AGNALDO ANTONIO MOREIRA**

**ANÁPOLIS / GO: 2020**

**GUSTAVO PERES HIPOLITO CORREIA**

**ANALISE DE FISSURAS EM VIGAS DE CONCRETO  
ARMADO UTILIZANDO O METODO DOS ELEMENTOS  
FINITOS**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO AO CURSO DE  
ENGENHARIA CIVIL DA UNIEVANGÉLICA COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL**

**APROVADO POR:**

---

**AGNALDO ANTONIO MOREIRA, Mestre (UniEVANGÉLICA)  
(ORIENTADOR)**

---

**RODOLFO RODRIGUES DE SOUSA BORGES, Especialista  
(UniEVANGÉLICA) (EXAMINADOR INTERNO)**

---

**LEANDRO DANIEL PORFIRO, Doutor(UniEVANGÉLICA)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

**DATA: ANÁPOLIS/GO, 06 de Novembro de 2020.**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus por todas as conquistas até aqui, por me proporcionar a capacidade de adquirir a sabedoria tanto de sua palavra quanto do conhecimento do mundo. Agradeço também aos familiares e amigos que sustentaram esse sonho de ser engenheiro e me mantiveram firme durante todo o processo.

Gustavo Peres Hipólito Correia.

Minha energia é o desafio,  
Minha motivação é o impossível,  
E é por isso que eu preciso  
Ser, à força e a esmo, inabalável.

(Augusto Branco)

## **RESUMO**

Neste trabalho desenvolve-se uma análise de fissuras pelo método dos elementos finitos que possui uma grande relevância atualmente para a avaliação e execução de edificações. Apresenta simulações para previsão de concentração de tensão e a sua ligação com o processo de fissuras de peças, além de avaliar os aspectos da norma que se referem a fissuração, o estudo do modelo numérico que prevê fissuras no concreto e uma avaliação de pontos de fissuração usando o programa ANSYS. Entender o que é e como agem as fissuras além de compreender a importância de um projeto e de uma execução bem realizada foram os métodos aplicados. Por fim o trabalho realiza 4 estudos de caso sobre vigas de concreto e sua concentração de tensão utilizando o método dos elementos finitos dentro do programa ANSYS com intuito de compreender a importância do avanço computacional, do método dos elementos finitos e da importância do conhecimento profissional para o fornecimento de projetos otimizados, econômicos e estáveis.

### **PALAVRAS-CHAVE:**

Fissura. Concreto Armado. Viga. Tensão. Elementos Finitos.

## **ABSTRACT**

In this work develop an analysis of cracks by the finite element method that has great relevance today for the evaluation and execution of buildings. It presents simulations for the prediction of stress concentration and its connection with the cracking process of parts, besides evaluating the aspects of the norm that refer to cracking, the study of the numerical model that predicts cracks in concrete and an evaluation of cracking points using the ANSYS program. Understanding what cracks are and how they act besides understanding the importance of a project and a well performed execution were the methods applied. Finally, the work performs 4 case studies on concrete beams and their stress concentration using the finite element method within the ANSYS program in order to understand the importance of computational advance, the finite element method and the importance of professional knowledge to provide optimized, economical and stable projects.

### **KEYWORDS:**

Cracks. Reinforced concrete. Beam. Tension. Finite Elements.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fissuração pro recalque de fundação .....	19.
Figura 2 –Fissuração por variação termica.....	20.
Figura 3 – Retração do concreto.....	21.
Figura 4 – Centro cultural el tanque .....	27.
Figura 5 – Viga do centro cultural el tanque .....	28.
Figura 6 – Armadura de vigas .....	29.
Figura 7 – Ponte Ernesto Dornelles .....	30.
Figura 8 – Fissura inclinada na regio de apoio .....	31.
Figura 9 – Esmagamento do concreto .....	32.
Figura 10 – Formas estudo de um sistema .....	34.
Figura 11 - Formas geometricas possiveis para elementos finitos.....	36.
Figura 12 - Demonstração de nós, elementos e malha.....	37.
Figura 13 - Estruturas reticuladas de vigas e o correspondente modelo estrutural .....	38.
Figura 14 – Modelagem de viga de concreto armado em 3D.....	41.
Figura 15 - Opções de análise do ANSYS.....	44.
Figura 16 - Parametros da análise estática estrutural.....	45.
Figura 17 - Materiais e propriedades.....	46.
Figura 18 - Geometria da estrutura.....	46.
Figura 19 - Definição da malha da estrutura.....	47.
Figura 20 - Definição das aplicações estruturais.....	48.
Figura 21 - Definição dos resultados.....	48.
Figura 22 - Geometria do estudo de caso 1.....	49.
Figura 23 - Malha do estudo de caso 1.....	50.
Figura 24 - Aplicações estruturais estudo de caso 1.....	51.
Figura 25 - Geometria do estudo de caso 2.....	52.
Figura 26 - Malha do estudo de caso 2.....	52.
Figura 27 - Aplicações estruturais estudo de caso 2.....	53.
Figura 28 - Geometria do estudo de caso 3.....	54.
Figura 29 - Malha do estudo de caso 3.....	55.
Figura 30 - Aplicações estruturais estudo de caso 3.....	56.
Figura 31 - Geometria do estudo de caso 4.....	57.

Figura 32 - Malha do estudo de caso 4.....	57.
Figura 33 - Aplicações estruturais estudo de caso 4.....	58.
Figura 34 - Resultado do Estudo de Caso 1 .....	59.
Figura 35 - Resultado do Estudo de Caso 2 .....	60.
Figura 36 - Detalhe do Furo Estudo de Caso 2 .....	61.
Figura 37 - Resultado do Estudo de Caso 3 .....	62.
Figura 38 - Detalhe do Furo Estudo de Caso 3 .....	62.
Figura 39 - Resultado do Estudo de Caso 4 .....	63.
Figura 40 - Resultado do Estudo de Caso 4 .....	63.

## LISTA DE TABELA

Tabela 1 - Classe de agressividade .....	24.
Tabela 2 – Relação água/cimento e Classe de concreto .....	24.
Tabela 3 – Cobrimento Nominal .....	25.

## **LISTA DE ABREVIATURA E SIGLA**

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CA	Concreto Armado

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	14.
1.1	JUSTIFICATIVA.....	16.
1.2	OBJETIVOS .....	16.
1.2.1	Objetivo geral .....	16.
1.2.2	Objetivos específicos.....	16.
1.2.3	METODOLOGIA .....	16.
1.2.4	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	17.
2	REVISÃO BIBLIOGRAFICA .....	18.
2.1	FISSURAÇÃO NO CONCRETO .....	18.
2.2	ABNT NBR 6118:2014 .....	22.
2.2.1	CONTROLE DE FISSURAS DE ACORDO COM A NORMA .....	25.
2.3	VIGAS .....	26.
2.3.1	VIGAS DE CONCRETO ARMADO E CONTROLE DE FISSURAS .....	28.
2.4	SIMULAÇÃO .....	33.
2.4.1	SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL.....	33.
2.4.2	METODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	35.
2.4.3	CONCENTRAÇÃO DE TENSAO .....	42.
2.4.4	PROGRAMA ANSYS .....	43.
3	MODELAGEM NUMERICA .....	44.
3.1	PROGRAMAÇÃO TEORICA .....	44.
3.2	ESTUDO DE CASO 1.....	49.
3.3	ESTUDO DE CASO 2.....	51.
3.4	ESTUDO DE CASO 3.....	54.
3.5	ESTUDO DE CASO 4.....	56.

4 RESULTADOS DOS ETUDOS DE CASO.....	59.
4.1 RESULTADO DO ESTUDO DE CASO 1.....	59.
4.2 RESULTADO DO ESTUDO DE CASO 2.....	60.
4.3 RESULTADO DO ESTUDO DE CASO 3.....	61.
4.4 RESULTADO DO ESTUDO DE CASO 4.....	63.
5 CONCLUSÃO .....	65
REFERENCIAS.....	66.

## 1 INTRODUÇÃO

O concreto armado desde sua criação passou por inúmeras mudanças conforme o mundo foi evoluindo e as estruturas passaram a se tornar maiores e mais elaboradas. Na idade antiga, desde a era paleolítica até meados do século IV o ser humano já tinha conhecimento da cal, como a civilização Minoana da ilha de Creta que foram os primeiros a empregar argamassa de cal nas estruturas como forma de “concreto”. Com isso muitas civilizações que vieram depois utilizavam em suas estruturas indícios de algo que hoje chamamos de cimento, como por exemplo a Grécia Antiga e o Egito com monumentos robustos e exagerados. A partir do século XVIII com a evolução dos países e um início de uma corrida por poder, surgiu o concreto e com isso as estruturas se tornaram mais fortes e também mais chamativas como prédios, igrejas e monumentos gigantescos que utilizavam do exagero e da falta de um planejamento elaborado para apenas se tornarem famosos e respeitados. A partir do século XX com a criação do concreto armado e a evolução do método de construção, as estruturas se tornaram mais práticas como os prédios de hoje que são extremamente altos com suas vigas e pilares menores.

Infelizmente com essa evolução vieram os problemas estruturais, onde vigas começaram a sofrer fissuras devido a alguns erros de cálculos ou métodos empregados incorretamente durante a construção. Em certos casos isso acarretou em grandes transtornos e principalmente perigos as pessoas, como por exemplo o edifício Andrea em Fortaleza no estado do Ceará que em outubro de 2019 começou a sofrer com trincas em seus pilares da base e durante uma reforma executada de maneira displicente as fissuras aumentaram, chegando a romper o concreto e ficar exposta as armaduras, o que fez com que o prédio desabasse e fatalizar 7 pessoas inocentes. Outro exemplo recente é o ocorrido em Morumbi, São Paulo onde os moradores foram obrigados a se retirar e o edifício foi interditado devido as trincas e rachaduras em suas estruturas, algo que a olho nu pode parecer apenas um trinca mas como consta nos laudos dos engenheiros envolvidos no caso não há condições de moradia e desinterdição.

As estruturas na engenharia civil são construídas com inúmeras finalidades, sobre condições completamente adversas, localidades fragilizadas, situações ambientais completamente perigosas e sobre carregamentos diversos. Em projetos estruturais de pequena escala, os carregamentos são considerados lineares e os materiais trabalham dentro de um regime considerado estático.

Entretanto, existem situações em que as cargas aplicadas sobre a estrutura não podem ser desprezadas pois algumas cargas podem gerar uma ruptura da estrutura, o que podemos inicialmente chamar de fissura. Este fenômeno indica a perda da resistência do material, que pode ser causada por fatores diversos como temperatura, umidade, ventos. Os materiais utilizados em uma estrutura também servem de análise para a avaliação de fissuras já que sua qualidade tem total influência na resistência do material. Com a variação da tensão e a formação de fissuras geradas pela repetição de cargas, o ciclo de deformação e torna cada vez mais incisivo na estrutura e o que seria uma simples fissuração se torna um elemento completamente instável e induzido a ruptura.

O desenvolvimento dos métodos numéricos que estão relacionados a engenharia civil e a utilização de elementos computacionais, fez possível uma avaliação mais detalhada dos complexos problemas relacionados a fissura. A simulação computacional permite que o comportamento dos materiais utilizados na engenharia, ultrapassem seus limites finais, fazendo com que a elaboração de projetos seja completamente mais eficiente.

Uma das primeiras aplicações de métodos para cálculo de fissuras foi de Paris Endorgan (1961) que através da previsão de vida para fissuras fadigadas poderia ser avaliada de acordo com a intensidade da tensão aplicada e pela primeira vez foi possível relacionar uma previsão de vida residual de uma fissura de um determinado tamanho. Este estudo deu força a uma lei chamada lei de Paris que ainda se faz útil na atualidade pois é crucial na adoção de conceitos que relacionam a tolerância a defeitos.

De acordo com a *Fatigue of Concrete Structures – CEB* (1988), a fissuração devido uma fadiga no concreto não tem uma superfície topográfica identificável e por isso é extremamente difícil identifica-la em estruturas de concreto. A fadiga pode ocorrer nem elemento de concreto estrutural quando se desenvolve fissuração excessiva sob cargas repetidas. Segundo Forrest (1970), a fissuração do concreto pode ser evitada limitando-se a tensão máxima para metade da tensão estática requerida para produzir fissuração. Forrest complementa afirmando que se um espécime de concreto é sujeito a uma história de carregamento repetido com amplitude constante, tanto a deformação total quando a deformação permanente aumentam gradualmente, tendendo a valores estáveis em baixos níveis de tensão, mas aumentando continuamente até a ruptura em níveis mais altos de tensão.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

A análise de fissuras utilizando o método dos elementos finitos tem uma grande relevância nos parâmetros atuais de avaliação e execução de edificações e o estudo de medidas para evitá-las se torna algo atual e de grande importância.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo geral

Apresentar simulações usando métodos dos elementos finitos para previsão de concentração de tensão e sua ligação com o processo de fissuração das peças.

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Avaliar aspectos da norma referente a fissuração;
- Estudar o modelo numérico de previsão de fissuras em peças de concreto;
- Aplicar o método dos elementos finitos na previsão de fissuras;
- Avaliar usando o programa ANSYS pontos de fissuração.

### 1.2.3 METODOLOGIA

A metodologia adotada para executar uma análise de fissuras em vigas de concreto armado foi de entender o que é e como ela age nos meios avaliados. Compreender a importância de um projeto bem feito e sua execução completamente rigorosa. Saber que o concreto armado pode apresentar problemas mas que estes mesmos podem ser completamente previstos e esperados.

Por fim utilizar o método dos elementos finitos na aplicação de fissuras em vigas e propor situações possíveis com resultados convincentes e que agreguem no desenvolvimento tecnológico desta área para evitar as fissuras e agregar no crescimento da engenharia estrutural.

#### 1.2.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Primeiramente vamos compreender como ocorre a fissuração nas estruturas de concreto, depois tomar conhecimento sobre a norma técnica que rege estas estruturas e o que ela diz sobre fissuração, entender sobre viga de concreto e saber o impacto de uma fissura sobre ela, avaliar a importância da simulação na engenharia civil e a utilização da simulação computacional como o método dos elementos finitos, e por fim elaborar um estudo aplicado em algumas situações onde é possível identificar o limite de tensão que a viga pode suportar e assim determinar o início da fissuração na viga.

Primeiramente será apresentada uma revisão bibliográfica onde serão apresentados os conceitos para execução deste trabalho. Definições sobre fissuras, sua relação com o concreto, as normas que se aplicam, o conceito básico de vigas, o conceito de vigas de concreto e suas características quando relacionadas a fissuras, os elementos computacionais necessários para a engenharia, a aplicação do método dos elementos finitos e por fim a importância do programa ANSYS para a análise de fissuras.

Por fim será apresentado 4 estudos de caso de vigas que foram submetidas a diferentes situações dentro do programa ANSYS e cuja ideia final é avaliar a tensão em cada situação e fazer uma relação tensão fissuração.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 FISSURAÇÃO NO CONCRETO

As fissuras podem ser conceituadas como aberturas ocorridas em estruturas, geradas por ações mecânicas ou físico-químicas. Estas fissuras afetam a região superficial da estrutura, fazendo com que ela se torne um caminho de entrada para agentes agressivos que agredam a estrutura. Segundo a revista *Téchne 160* (2010) as fissuras são um tipo comum de patologias nas edificações e podem interferir na estética, na durabilidade e nas características estruturais da obra. As fissuras podem ser consideradas a patologia mais frequente no ramo construtivo e também é a que mais chama atenção do proprietário da estrutura, devido seu aspecto visual ser comprometido.

Segundo Thomaz (1989) as fissuras podem surgir ainda em fase de projeto devido a incompatibilidades entre projetos de arquitetura, estrutura e fundações e que a falta de comunicação entre os profissionais inseridos na área, impede o desenvolvimento de técnicas e projetos científicos que minimizem o desenvolvimento das fissuras. Fissuras que surgem durante a fase de execução, se qualificam de fatores como o método construtivo que devido às ações humanas mal feitas podem prejudicar a estrutura e também a utilização de materiais de baixa qualidade que também influenciam no surgimento de trincas. Por fim temos os problemas que surgem quando a estrutura está pronta e que em variações de curtos ou longos períodos podem ser percebidas. Destas as mais comuns ocorrem devido à variação térmica ou de umidade e a atuação de sobrecargas ou concentração de tensões, outros fatores como a deformação excessiva das estruturas, os recalques diferenciados das fundações e as alterações químicas de materiais de construção também tem sua influência no processo.

A importância de prevenir as fissurações vem desde uma simples preocupação estética, como um grande comprometimento estrutural que gera risco a vida humana. Para que não ocorram problemas as estruturas devem ser projetadas e construídas de forma que a ideia estrutural desejada seja atendida e todos os conceitos de qualidade e segurança se encaixem dentro desta ideia. Também é importante estar atualizado sobre os sistemas construtivos e métodos que impedem as fissuras para que durante a fase de projeto, toda possibilidade de problemas possa ser eliminada.

Para evitar as fissuras o primeiro passo é respeitar as sobrecargas previstas e estar sobre o controle dos elementos utilizados e suas qualidades como também suas resistências. Durante a fase de execução a concretagem deve ser feita de forma correta onde o concreto possa entrar em toda parte ao redor da armadura, além de confirmar a quantidade correta de água. As fôrmas de madeira também deve estar de acordo para que se possa evitar os escoramentos mal travados ou muito grandes pois assim eles podem comprometer a estrutura e causa fissuras. Também é importante observar a cura do concreto, Marcelli (2007) afirma que a fissura por retração hidráulica que ocorre durante o processo de cura são provenientes da cura mal feita, onde a perda de água de amassamento gera pressões internas na peça que resultam em uma retração que gera esforços de tração e que por conta deste efeito gera fissuras. As fissuras que ocorrem ao longo dos anos também deve ser observada desde o início como uma simples trinca até grandes fissuras para que não se tornem grandes transtornos.

No caso de fissuras em grandes edifícios como prédios, existem dois tipos de fissuras que são mais comuns, a fissura por recalque de fundação e a fissura por variação térmica. Em relação as fissuras por recalque (figura 1) de fundação elas se manifestam no ângulo de 45 graus nos cantos de portas e janelas. Este recalque acontece quando existe uma diferença no adensamento do solo em que diferentes partes se abaixam. Em resumo quanto maior a diferença destes recalques, maior o problema com este tipo de fissuração.

**Figura 1 Fissuração por Recalque de Fundação**



Fonte: Katarzyna Hrebieniuk on Unsplash

As fissuras por recalque de fundação já são bastante previstas pois todos os recalques de uma fundação podem ser analisados. Por causa deste fator que são feitas as vergas e as contravergas em portas e janelas para minimizar esse evento. Normalmente se acende um sinal de alerta quando estas fissuras ficam grandes pois se tornam pontos críticos de infiltração que comprometem as paredes externas e internas além de se preocupar um pouco mais pois se estas trincas se engrandeceram é um motivo para se pensar que a função possui problemas que não são tão simples de se resolver. O primeiro passo solução é contratar um profissional especializado que possa identificar a causa de problema e sua gravidade como também deve ser de extrema eficiência o serviço de reparo principalmente com a selagem das fissuras para que se elimine os problemas de infiltração água.

As fissuras por variação térmica (figura 2) são as mais comuns em prédios e a mais ativa. Ela ocorre porque existe uma diferença de temperatura que causa a dilatação e a contração dos materiais. Este tipo de fissura é bem fácil de se perceber e geralmente ocorre no teto das edificações, principalmente no encontro da laje com a alvenaria.

**Figura 2 – Fissuração por Variação Térmica**



Fonte: Katarzyna Hrebieniuk on Unsplash

Como são fissuras já esperadas, o mais correto a se fazer é manter o monitoramento para que esta fissura não se torne uma enorme rachadura. O que também pode ser feito é a verificação das juntas de dilatação pois se não foram feitas durante a fase de execução, devem ser feitas imediatamente.

Em relação a fissura por retração do concreto (figura 3), ela ocorre muito das vezes pelo excesso de confiança e a indisciplina durante a fase execução que faz com que o concreto não entregue seu 100% esperado. O primeiro passo que deve ser respeitado é a cura do concreto pois durante o processo de cura ocorre muita retração por conta da perda de água o que gera fissuras. Deste modo os prazos para a execução de alguns trabalhos como reboco e emboço devem respeitar assiduamente as normas técnicas para evitar maiores problemas com trincas e fissuras.

**Figura 3 – Retração do Concreto**



Fonte: Katarzyna Hrebieniuk on Unsplash

As fissuras que ocorrem no reboco e no emboço devido a elevada retração no processo de cura do concreto ainda não demonstram um risco estrutural, porém podem acabar comprometendo o revestimento e o acabamento final da obra.

O comportamento do concreto armado é influenciado pela interação dos seus dois componentes: o concreto e o aço, sendo que é a aderência entre estes materiais que torna possível a transferência dos esforços. Podem-se dividir os mecanismos de aderência em três componentes: a adesão química, o atrito e o engrenamento mecânico entre o aço e o concreto, conforme é descrito por Campos Filho (2003). O autor também esclarece que o resultado da aderência é comprovado a partir da fissuração do concreto. No estado não fissurado, o carregamento produz tensões de tração e compressão nos materiais. Quando exposto à carga, o elemento atinge a sua resistência à tração, e ocorre a ruptura local do material, formando a fissura. Após a fissuração, as tensões de tração normais à fissura, que eram inicialmente transmitidas pelo concreto, passam a ser transmitidas pela armadura, sendo essa transferência dada pelos mecanismos de aderência. A qualidade da aderência é decisiva para a distribuição e abertura das fissuras, sendo que a mesma depende das características das barras da armadura, da resistência do concreto, da história de carga e das tensões normais à superfície da barra.

## 2.2 ABNT NBR 6118:2014 – PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO - PROCEDIMENTO

A NBR 6118:2014 apresenta algumas orientações e prescrições com o intuito de assegurar a durabilidade das estruturas de concreto armado. As orientações dizem respeito aos critérios de projeto a serem adotados em relação a agressividade do ambiente na estrutura que tem como objetivo proteger os elementos estruturais e garantir a vida útil do projeto.

A norma exige alguns requisitos gerais de qualidade e também faz requisições quanto a avaliação da conformidade do projeto. Os requisitos gerais de qualidade da estrutura devem primeiro atender a união conjunta entre as opiniões do autor do projeto e o contratante, como também atender a classificação dos requisitos mínimos de qualidade, que se dividem em: capacidade resistente, desempenho em serviço e durabilidade, sendo capacidade resistente à segurança da estrutura em relação a ruptura, desempenho em serviço a capacidade que a estrutura tem de se manter em condições plenas de utilização durante sua vida útil, não apresentando danos totais ou parciais. A durabilidade consiste na capacidade que a estrutura tem de resistir as influências ambientais previstas, que foram definidas em conjunto pelo projetista e o contratante ainda em fase de projeto.

Em relação aos requisitos de qualidade do projeto a norma afirma que as soluções adotadas devem considerar as condições arquitetônicas, construtivas, estruturais, funcionais e de integração com os projetos elétricos e hidráulicos, corretamente aplicados pelos profissionais de cada especialidade na ausência do contratante.

A norma exige que a capacidade resistente e o desempenho em serviço, não ultrapassem o estado limite e que a durabilidade seja estendida de acordo com os critérios de projeto. Em casos de estruturas especiais, as particularidades como: resistência a explosões, impactos, sismos, estanqueidade e isolamento térmico ou acústico, devem ser estabelecidos pelas normas brasileiras específicas.

A documentação e a avaliação da conformidade do projeto também estão previstas na norma. Os documentos como desenhos, especificações e critérios de projeto devem estar apresentados de forma clara, consistente e correta além de proporcionar as informações que são necessárias para a execução da estrutura, bem como os projetos complementares que não fazem parte do projeto estrutural. A norma afirma que toda esta documentação tem como objetivo assegurar a qualidade da execução da obra e as medidas preventivas que devem ser tomadas durante a fase de projeto

Ao se tratar da avaliação da conformidade do projeto, a norma exige que seja feita por um profissional habilitado, requerido pelo contratante e que esta avaliação seja registrada em documento específico. Esta avaliação deve ser feita antes da fase de construção e paralela a fase de projeto.

Em questão da vida útil de projeto, a norma explica que as estruturas de concreto devem manter suas características sem interferências significativas e que os requisitos de uso e manutenção descritos pelo projetista e pelo construtor sejam atendidos. A durabilidade da estrutura de concreto deve estar sob as condições ambientais previstas no projeto e que quando utilizadas, respeitem a segurança, a aptidão em serviço e a estabilidade, de acordo com a vida útil prevista na norma.

Para a elaboração de um projeto, os principais parâmetros de qualidade que devem ser considerados é a classe de resistência mecânica do concreto e o cobrimento das armaduras. Em relação ao cobrimento a norma faz uma relação entre a qualidade do concreto e o ambiente no qual ele está exposto, previsto na tabela 6.1 onde é possível analisar a classe de agressividade, a classificação geral do tipo de ambiente e por fim é possível observar o risco de deterioração da estrutura.

**Tabela 1 – Classe de agressividade**

<b>Tabela - Classes de agressividade ambiental</b>			
<b>Classe de Agressividade Ambiental</b>	<b>Agressividade</b>	<b>Classificação geral do tipo de Ambiente para efeito de projeto</b>	<b>Risco de Deterioração da Estrutura</b>
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito Forte	Industrial	Elevado
		Respingos de maré	

Fonte: ABNT NBR 6118:2014 – adaptado.

Após a determinação da classe de agressividade do ambiente descrito no projeto, a tabela 7.1 da norma apresenta a classe de resistência do concreto e a relação água/cimento, onde ambos podem ser previstos utilizando apenas a classe de agressividade.

**Tabela 2 – Relação água/cimento e Classe de concreto**

<b>Concreto</b>	<b>Tipo</b>	<b>Classe de agressividade</b>			
		<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>IV</b>
Relação água/cimento em massa	CA	< ou = 0,65	< ou = 0,60	< ou = 0,55	< ou = 0,45
	CP	< ou = 0,60	< ou = 0,60	< ou = 0,50	< ou = 0,45
Classe de Concreto	CA	> ou = C20	> ou = C25	> ou = C30	> ou = C40
	CP	> ou = C25	> ou = C30	> ou = C35	> ou = C40
CA - Concreto Armado					
CP - Concreto Protendido					

Fonte: ABNT NBR 6118:2014 – adaptado.

O cobrimento, que é a camada de proteção da armadura e tem como função mais ativa inibir a penetração de água ou umidade do ambiente externo para dentro estrutura de concreto, tem seus valores obtidos de acordo com dados encontrados nesta norma. A partir da classe de agressividade, a norma na tabela 7.2 apresenta valores para o cobrimento que deve respeitar um valor mínimo igual ou superior a 10mm para obras correntes e se a obra exigir um rigor maior de qualidade esse rigor mínimo passa a ser de 5mm.

**Tabela 3 – Cobrimento Nominal**

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de Agressividade Ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento Nominal (mm)			
Concreto Armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50
Concreto Protendido	Laje	25	30	40	50
	Pilar	30	35	45	55

Fonte: ABNT NBR 6118:2014 – adaptado.

### 2.2.1 CONTROLE DE FISSURAS DE ACORDO COM A NORMA

Para um melhor controle da fissuração a norma apresenta alguns estados limites a fim de impedir ou pelo menos controlar a avanço das fissuras nas estruturas de concreto. A norma afirma que a fissuração em elementos estruturais é inevitável pois existe grande variabilidade e o fato do concreto ter uma baixa resistência a tração. Para que a proteção das armaduras quanto a corrosão estejam corretas e tenham um bom desempenho, a norma apresenta parâmetros a fim de buscar controlar as fissuras.

Em alguns casos de fissuras como retração plástica térmica e reações químicas internas do concreto a norma orienta que tenham cuidados tecnológicos, exclusivamente na definição do traço e da cura do concreto. Quanto a durabilidade da proteção das armaduras a norma estabelece um limite de fissuração que vai de 0,2mm a 0,4mm pois considera que este tamanho de fissura não tem relevância significativa na corrosão das armaduras.

São apresentados valores limites de aberturas das fissuras e as providências a serem tomadas para garantir a proteção das armaduras. A norma informa que devido ao alto grau dos conhecimentos adquiridos ao longo dos anos e a alta variabilidade de todas as grandezas envolvidas, estes valores limites de aberturas devem ser avaliados somente como critérios para um projeto adequado de estruturas. Seguindo estas estimativas as fissuras devem respeitar estes limites, porém são valores estritamente estimados pois as fissuras reais podem ultrapassar estes limites.

### 2.3 VIGAS

Viga é um elemento estrutural com formato reto e horizontal sobre qual repousa e seu peso de forma perpendicular e em alguns casos inclinada. Seu papel na construção civil é muito importante pois ajudam no equilíbrio dos pesos e no apoio das colunas e das paredes. Normalmente elas ficam acima das paredes ou entre duas colunas e possui o mesmo dimensionamento de ambos porém sua resistência normalmente varia de acordo com sua altura, quanto mais alta mais resistente. Vigas são imprescindíveis em uma obra e dificilmente existe a possibilidade de descartá-las pois elas tem grande importância desde pequenas obras até grandes edificações.

As vigas são muito importantes pois são elas que tem a responsabilidade de distribuir o peso da laje ou em pisos superiores se a edificação tiver pavimentos e diminuir o impacto sobre elas. Vigas também transferem os momentos de flexão e as forças de cisalhamento e de outros elementos como portas e paredes para as colunas. Existem diversas formas de vigas e de acordo com o material escolhido elas tem sua função específica e seus fatores como qualidade, resistência e até estética podem ser modificados. As vigas de madeira por exemplo são as mais antigas da construção civil, feitas a partir do tronco de uma árvore pode variar de acordo com o tipo, o tamanho e a cor. Atualmente tornou-se muito comum deixar as vigas de madeira a mostra, desenvolver sua estética e utilizá-la como atrativo decorativo do ambiente.

Existem também as vigas de aço que são bastante utilizadas em estruturas comerciais e também em grandes edifícios. Um grande exemplo de vigas de aço é Centro Cultural El Tanque (figura 4), localizado em la barnechea uma das comunas que compõem a cidade de Santiago no Chile. Este grande centro cultural tem em suas vigas metálicas (figura 5) quase toda a estruturação do edifício já que ele é uma estrutura suspensa no qual as vigas recebem toda seus esforços para distribuírem nos pilares.

**Figura 4 – Centro Cultural El Tanque**



Fonte: <https://www.plataformaarquitectura.cl/cl/873310/centro-cultural-el-tranque>

**Figura 5 – Viga do Centro Cultural El Tanque**



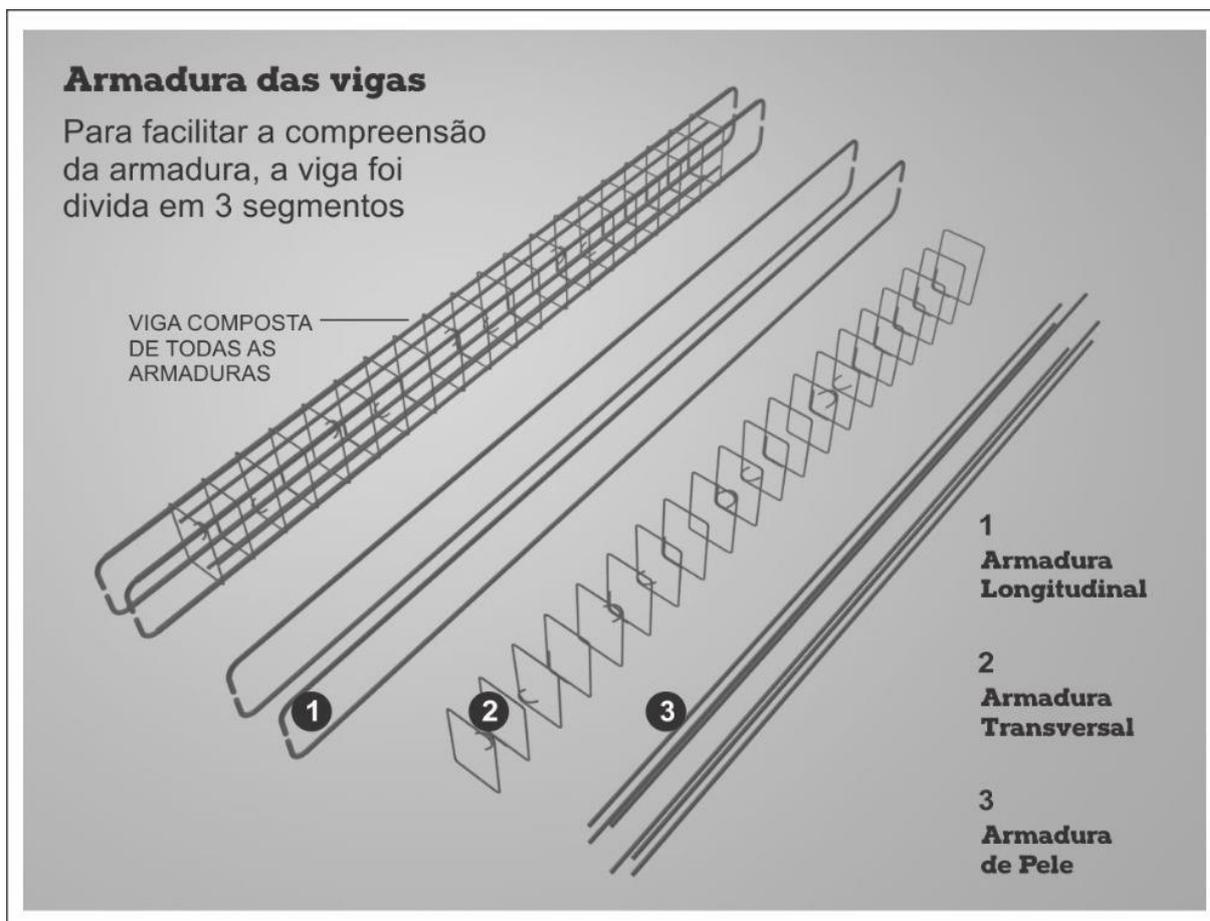
Fonte: <https://www.plataformaarquitectura.cl/cl/873310/centro-cultural-el-tranque>

### 2.3.1 VIGAS DE CONCRETO ARMADO E O CONTROLE DAS FISSURAS

Para as vigas de concreto armado o pré-dimensionamento é de extrema importância pois através dele é possível obter o diâmetro longitudinal da armadura. Segundo Celsoipaula (2018) As vigas são usadas em lajes maciças, nervuradas e protendidas (em menor número), pontes, viadutos, passarelas e para melhoria da segurança são reforçadas também com protensão. São caracterizadas por serem isostáticas (viga simplesmente apoiada e em balanço) e hiperestáticas (viga contínua, apoiada engastada e bi engastada). Para Celsoipaula (2018) O concreto não resiste aos esforços de tração, e para combater e vencer esses esforços usa-se aço, na viga, as armaduras usadas são: a longitudinal, a transversal e a de pele. Alguns engenheiros, ainda adotam a armadura de cavalete onde o aço fica dobrado em 45° chegando até o apoio para combater os esforços cortantes. Porém, a norma atual restringe o uso, e enfatiza que o esforço cortante, próximo aos apoios, devem ser combatidos com os estribos.

De modo que fique fácil o entendimento das armaduras nas vigas de concreto armado, Celsoipaula (2018) criou um esquema didático (figura 6) onde ficou exemplificado a forma utilizada da armadura na viga de concreto armado.

**Figura 6 – Armaduras das Vigas**



Fonte: <http://celsoipaula.com/2018/12/vigas-de-concreto-armado/>

**Armadura Longitudinal** – São as principais peças de uma viga, possuem as maiores dimensões e se subdividem em positivo e negativo quando ancorados no pilar. Uma das funções é combater o momento fletor por meio do seu diâmetro e dimensão.

**Armadura transversal** – Combate os esforços cortantes na viga principalmente nos apoios. É popularmente chamado de estribo, e permite a conexão com a armadura longitudinal. Tem o diâmetro menor que a armadura longitudinal, o diâmetro varia entre 6,3 a 8,0mm.

**Armadura de Pele** – A funcionalidade da armadura de pele é diminuir a fissuração e a retração. É posicionada em cada face da viga, geralmente é usado em peças com altura igual ou superior a 60 cm.

Um exemplo de vigas de concreto armado é a Ponte Ernesto Dornelles( figura 7) localizada entre as cidades de Veranópolis e Bento Gonçalves no Rio Grande do Sul. Ela passa sobre o Rio Das Antas e não possui pilarem como apoio, apenas arcos paralelos firmes em vigas de aproximadamente 227 metros. Ela é considerada uma ponte de arcos paralelos entre as maiores do mundo. As pontes em sua grande maioria utilizam de vigas de concreto armado devido sua enorme extensao e a praticidade que se tem com a obra ja que a viga de concreto facilita todo o dimensionamento da ponte na fase de projeto e tambem facilita a execucao da obra por ser uma estrutura pratica de ser realizada.

**Figura 7 – Ponte Ernesto Dornelles**



Fonte: [https://www.tripadvisor.com.br/Attraction\\_Review-g2351382-d12163146-Reviews-Ponte\\_Ernesto\\_Dornelles-Veranopolis\\_State\\_of\\_Rio\\_Grande\\_do\\_Sul.html](https://www.tripadvisor.com.br/Attraction_Review-g2351382-d12163146-Reviews-Ponte_Ernesto_Dornelles-Veranopolis_State_of_Rio_Grande_do_Sul.html)

Em relação as fissuras em vigas, elas são bastante recorrentes em estruturas de concreto armado. Segundo Kerkoff (2017) Essas fissuras geralmente apresentam aberturas bastante reduzidas e se desenvolvem geralmente no meio da viga, as trincas de flexão (figura 8) são verticais no meio do vão e apresentam aberturas maiores em direção à face inferior da viga onde estão as fibras mais tracionadas. Já nos apoios, as fissuras formam um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal devido ao esforço cortante. Em vigas mais altas, essa inclinação com a horizontal tende a ser de  $60^\circ$ . Para Kerkoff é muito difícil de prever ao certo quantas trincas de flexão uma viga vai ter, o tamanho de sua abertura e sua extensão, pois isso depende de vários fatores, como: características geométricas da peça, das propriedades físicas e mecânicas dos materiais e do tipo de carga que essa estrutura está sendo submetida. Quando a viga é subdimensionada ao cisalhamento, surgem inicialmente apenas as trincas inclinadas que ficam próximas aos apoios.

**Figura 8 – Fissura inclinada na região do apoio**



Fonte: <https://guideengenharia.com.br/trincas-de-flexao-de-vigas/>

Kerkoff também relata que as vigas atirantadas ou vigas altas, geralmente as fissuras tendem à ir em direção as fibras mais tracionadas, ocorrendo em grande número e com pequenas aberturas (figura 9). Quando as vigas são superdimensionadas ou produzidas com concreto de baixa resistência, há a formação de trincas na zona de compressão, caracterizando o esmagamento do concreto.

**Figura 9 – Esmagamento do concreto**



Fonte: <https://guideengenharia.com.br/trincas-de-flexao-de-vigas/>

Kerkoff afirma que essas trincas podem ocorrer devido à vários fatores, dentre eles: mal dimensionamento da viga (erro na bitola ou no número de barras de aço), aplicação de sobrecarga no decorrer da obra que não foi prevista em projeto, carregamento precoce da estrutura e finalmente por erros de concepção estrutural. O procedimento para a recuperação de elementos estruturais não se dá de maneira tão trivial. Após feita a verificação das trincas e fissuras na viga, uma verificação de cálculo estrutural deverá ser feita por um projetista estrutural para avaliar o tipo de reforço e tratamento que o elemento deverá ser submetido.

## 2.4 SIMULAÇÃO

Simulação é o processo de modelagem de um sistema onde situações são conduzidas de forma que experimentos interfiram sobre esse sistema. Simulações são processo que visam se aproximar um sistema computacional em algo que é bastante normal no cotidiano. A análise também permite fazer inovações e gerar avaliações através dos resultados obtidos.

Na engenharia civil não é diferente, o planejamento e o cronograma físico são essenciais para o sucesso na gestão de projetos de construção. A simulação tem se mostrado um excelente auxílio ao engenheiro pois na medida que os produtos se tornam mais complexos, sua modelagem também exige elementos mais elaborados. A simulação também fez com que os projetos deixassem de ser individuais e se tornassem um trabalho em equipe no qual a variedade de opiniões faz com que a simulação identifique a construção por completo e possibilite uma melhor conclusão sobre o processo em questão.

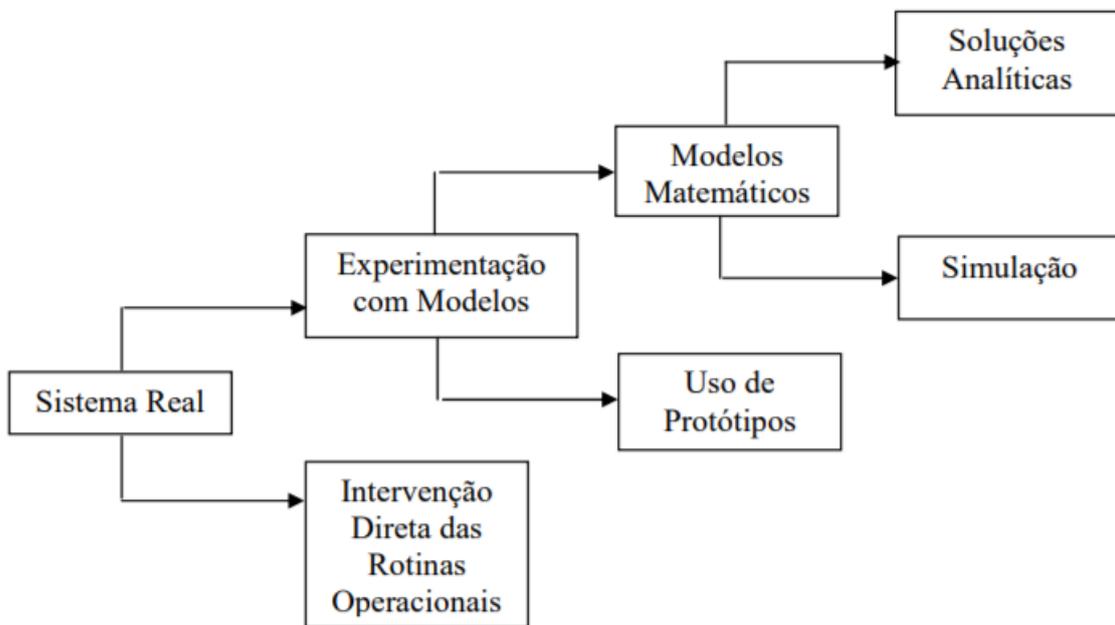
### 2.4.1 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

A simulação computacional de sistemas produtivos figura, na atualidade, como uma poderosa ferramenta para o planejamento, o projeto e o controle de sistemas produtivos complexos. Seu emprego como forma de apresentação de projetos, produtos e problemas confere maior credibilidade junto aos clientes, internos ou externos, do que outros métodos disponíveis. Com efeito, o nível de captura de detalhes obtidos por meio da simulação sem a necessidade de grandes simplificações e a possibilidade de comparação de seus resultados com o sistema real a coloca em grande vantagem frente a outros métodos, tais como os analíticos (SILVA, 2006). Geralmente, um modelo destinado a um estudo de simulação é um modelo matemático desenvolvido com a ajuda de um software de simulação. Modelos matemáticos podem ser classificados em determinísticos ou estocásticos. Determinísticos são aqueles cujas variáveis de entrada e saída são valores fixos. Estocásticos são aqueles em que pelo menos uma de suas variáveis de entrada ou saída é probabilística. Os modelos matemáticos podem, ainda, ser classificados como estáticos ou dinâmicos. Estáticos são aqueles em que o tempo não é levado em conta. Dinâmicos são aqueles em que as interações ao longo do tempo entre as variáveis são levadas em conta.

Os modelos de simulação são, na maior parte das vezes, estocásticos e dinâmicos (MARIA, 1997). Pickover (1991) situa a crescente aplicação da simulação computacional no contexto mais amplo da contínua busca científica pela compreensão do mundo. Destaca, ainda, a ampla diversidade de campos em que a simulação computacional vinha sendo aplicada, que abrange desde a simulação das minúsculas forças responsáveis pela ligação entre as moléculas às estruturas de gigantescos arranha-céus, passando pela simulação da estabilidade de aeronaves e até mesmo da economia.

Segundo Law e Kelton (1991), os estudos de sistemas podem ser realizados sob diferentes formas de abordagem, conforme apresentado na Figura 10.

**Figura 10 – Formas de Estudo de um Sistema**



FONTE: Law e Kelton (1991).

Conforme mostra a Figura 10, a intervenção direta nas rotinas do sistema consiste em implementar ou alterar a forma de operação do sistema com o objetivo de obter uma condição ideal. Este tipo de operação exige experiência do profissional para que as tomadas de decisão não interfiram negativamente no desempenho do sistema. Por outro lado, a experimentação utilizando modelos tem por objetivo demonstrar o funcionamento real do sistema físico.

## 2.4.2 METODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF), segundo Logan (2007) teve origem a partir de um método de análise de tensão estrutural por meio do trabalho de Hrennikoff e McHenry no ano de 1940, mas só em 1956 as análises envolvendo computação foram se tornando reais, onde se utilizou o primeiro tratamento de elementos bidimensionais por Turner, onde estabeleceram os procedimentos de montagem da matriz de elementos e formulações, desde então foram feitos grande avanços na aplicação do método nos mais complexos problemas da engenharia.

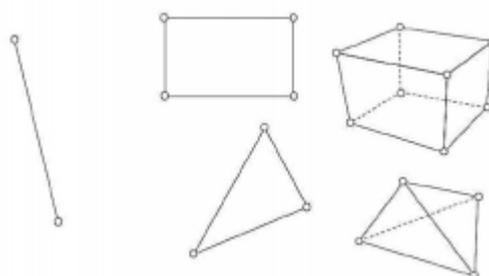
Por muitos anos não havia prova matemática de que as soluções pelo MEF ofereciam respostas corretas e a partir dos anos 60 matemáticos mostraram que, se o número de volumes de controle aumentar, as soluções tendem a melhorar e ser a solução exata das equações diferenciais parciais. Foi desenvolvido pela NASA, em 1965, conhecido como NASTRAN uma versão capaz de analisar tensões em duas e três dimensões para análise de estruturas complexas apesar de apresentar muitos problemas, Dick MacNeal e Bruce McCormick cuidaram das falhas sendo comercializado para a indústria, onde muitos outros foram desenvolvidos e aprimorados no decorrer dos anos (FISH E BELYTSCHKO, 2009).

O método dos elementos finitos é um método que tem como objetivo solucionar equações diferenciais através da dissolução de uma geometria complexa, em geometrias menores de menor complexidade. Sua primeira aparição foi em um rodapé de um livro de Richard Courant em coautoria com David Hilbert onde eles expõem bases para o uso da computação na resolução numérica de problemas da física. Segundo Moraes (2015) com a crescente evolução e facilidade de acesso a sistemas computacionais com poder de processamento poderosíssimos, o Método dos elementos finitos tem se tornado uma excelente ferramenta na modelagem de sistemas estruturais visando a prevenção de problemas, tentando-se desta maneira, antever o comportamento estrutural dos elementos, fazendo assim um diagnóstico preventivo das peças mais susceptíveis a apresentar problema no futuro. A isso tem se chamado Engenharia Preventiva.

O Método dos elementos finitos (MEF) mostra-se uma ferramenta de enorme potencial citados em diversos trabalhos como Soriano (2003) onde define o método como um ótimo elemento numérico, sendo peça fundamental na elaboração de estruturas contínuas e inovadoras. O método é uma aproximação numérica com a qual as equações diferenciais parciais podem ser, de maneira aproximada, resolvidas. Na engenharia é usado para prever o comportamento estrutural, mecânico, térmico, elétrico e químico de sistemas tanto na etapa de projetos como no desempenho. A ideia básica do método é dividir o corpo em elementos finitos conectados por nós e obter uma solução aproximada chamada de malha. O MEF provê uma metodologia sistemática com a qual a solução pode ser determinada por meio de programação computacional (FISH E BELYTCHKO, 2009).

Teiga (2009) explica que o método divide o domínio de subdomínios, composto por elementos, nós e malhas, realizando a análise de cada subdomínio. A geometria dos nós que compõe a malha podem ser unidimensionais, bidimensional e até tridimensional conforme mostrado na Figura 11.

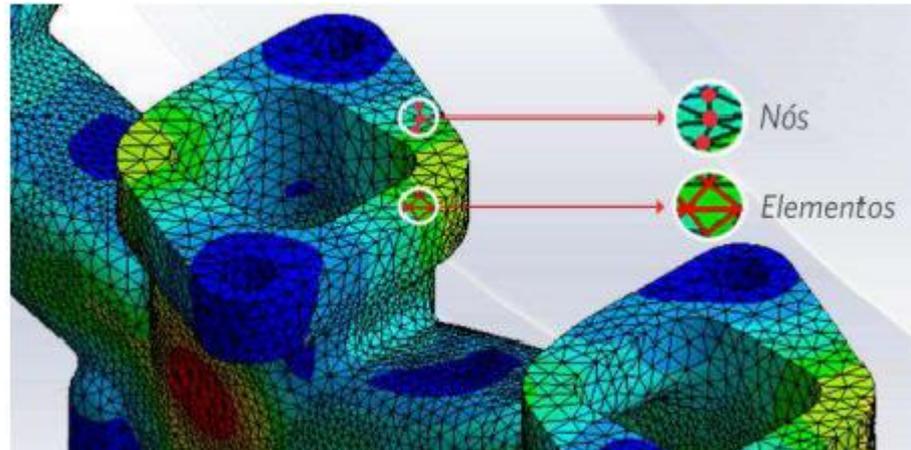
**Figura 11 - Formas geométricas possíveis para elementos finitos.**



Fonte: Teiga, 2009.

Apesar de parecer simples Soriano (2007) afirma que ao se interligarem o domínio e os subdomínios passam a se portar como domínio original e sua formulação matemática pode gerar dificuldades ao engenheiro. Portanto é necessário um conhecimento mais profundo a respeito do funcionamento do método e de sua composição. A explicação de Mirlisenna (2016) ressalta que um número finito de elementos ligados por pontos entre si é chamado de nós ou pontos nodais, e as linhas que conectam os pontos são chamadas de arestas e a menor parte do conjunto de pontos são nomeados elementos. O grupo que engloba todo o conjunto é denominada malha conforme ilustrado na Figura 12.

**Figura 12 - Demonstração dos nós, elementos e malha.**



Fonte: Mirlisenna, 2016.

Ao analisarmos o método dos elementos finitos podemos perceber a amplitude que este estudo pode alcançar, para Martha (1994) ele permite o estudo dos deslocamentos e tensões em peças mecânicas, barragens, minas e estruturas das mais diversas formas, tais como: torres, edifícios e coberturas. Tal método é também utilizado para determinar percolação, adensamento, pressão neutra, fluxo de calor, e muitas outras análises utilizadas em engenharia. Estas análises tem como base a solução de um problema onde são estabelecidas equações diferenciais parciais relacionando variáveis de campo fundamentais dentro de um determinado domínio, satisfazendo as condições de restrições para as variáveis fundamentais e suas derivadas na fronteira do domínio.

Segundo Fish e Belytschko (2009) a faixa de aplicação do MEF é muito ampla e cabe em diversas áreas do conhecimento humano como: análises sísmicas, análise de impactos de carros, trens e aeronaves, análise de procedimentos cirúrgicos como cirurgia plástica, reconstrução maxilar, dentre muitas outras áreas que surgem constantemente. Na engenharia é usado para resolver problemas como análise de tensões, transferência de calor, eletromagnetismo e escoamento de fluidos.

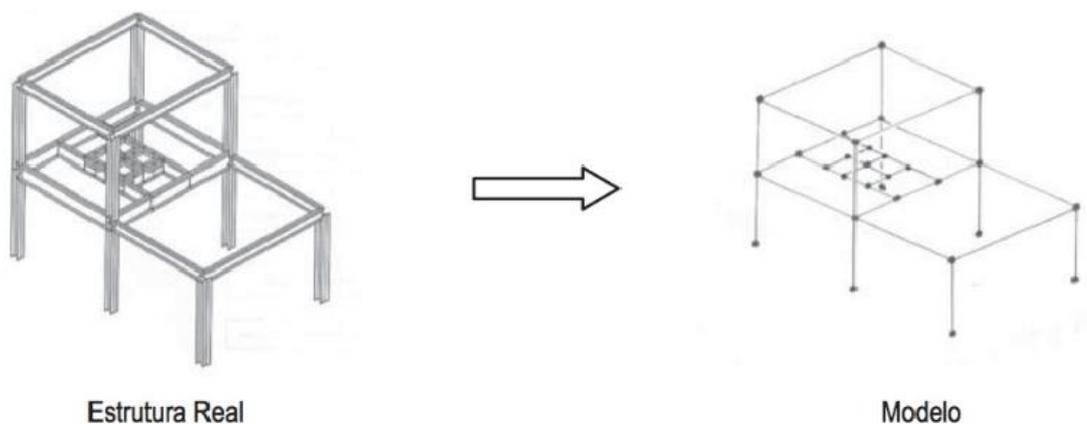
O método consiste em 5 passos sendo eles:

- Pré-processamento: Consiste em subdividir o domínio do problema em elementos finitos.
- Formulação dos elementos: Desenvolver equações para os elementos.
- Montagem: Obter do sistema global de equações a partir das equações individuais dos elementos.
- Resolução das equações: Resolver as equações.
- Pós-processamento: Determinar valores de interesse, tensões e deformações e obter a visualização das respostas.

As inúmeras equações algébricas geradas a partir da condição de equilíbrio de cada elemento são resolvidas por meio de matrizes com o auxílio de computadores. A configuração deformada da estrutura é determinada pelos deslocamentos dos nós. Os chamados deslocamentos nodais, que são as incógnitas do problema, descrevem o comportamento do sistema, a partir desses determina-se os esforços internos, as tensões, sendo possível avaliar a resistência da estrutura. Os parâmetros são também chamados variáveis de estado por governar e descrever o estado de equilíbrio da estrutura (ALVES FILHO, 2012).

Na Figura 13 é representado uma estrutura aperticada real e a formulação do modelo matemático discreto equivalente a estrutura contínua. A conexão dos elementos de viga ocorre nas juntas estruturais, caracterizados nos modelos discretizados como nós.

**Figura 13 - Estruturas reticuladas de vigas e o correspondente modelo estrutural.**



Fonte: Alves Filho, 2012.

Segundo Alves Filho (2012) esse modelo estrutural apresenta menor dificuldade no procedimento de montagem das equações do que estruturas em que as subdivisões dos elementos são artificiais no modelo como por exemplo em chapas e sólidos.

Segundo Silva (2014) É comum nas estruturas de concreto armado a ocorrência de patologias associadas a falhas de projeto ou à incidência de agentes agressivos nos elementos estruturais. Resistência e durabilidade são algumas das principais características do concreto armado; por isso é considerado um dos materiais mais importantes para a engenharia estrutural. Devido a essa característica, muitos acham que é um material eterno. Logo, é necessário esclarecer que as estruturas construídas com concreto armado não são eternas, pois com o passar do tempo elas se deterioram e, dessa forma, precisam de conservação e manutenção, para que possam ter a vida útil para a qual foram projetadas, sendo necessária também uma boa execução de projeto para evitar uma degradação prematura. A necessidade de reparar estruturas de concreto armado é uma realidade frequente. Reforçar estruturas de concreto armado tem sido uma das mais importantes atividades da Engenharia civil.

Para Silva (2014), as patologias apresentadas por algumas estruturas e a necessidade de aumento da capacidade de carga de outras fizeram com que diversas técnicas fossem desenvolvidas para o reforço de vigas de concreto armado. Inúmeros estudos têm demonstrado que atualmente existe uma enorme quantidade de estruturas de concreto armado inadequadas ao uso. Dentre os motivos que provocam esta inadequação, podem ser citados: erros de projeto e de execução, utilização indevida, ausência de manutenção e danos acidentais (incêndios ou colisões). No reforço de uma estrutura de concreto armado, faz-se necessária a identificação do tipo de solicitação que está sobrecarregando a peça, podendo ser: momento fletor, esforço cortante, momento torçor, esforço normal ou mais de uma solicitação simultânea. Para cada situação haverá um tipo de reforço estrutural que se adequará melhor técnica e economicamente.

Segundo Campos (2006), quando se fala em manutenção, recuperação ou restauração de estruturas, torna-se necessário conhecer os principais materiais utilizados na sua construção, de forma que um perfeito entendimento da solução estrutural inicial possa ser obtido, facilitando assim a escolha do material a ser utilizado no processo de reabilitação.

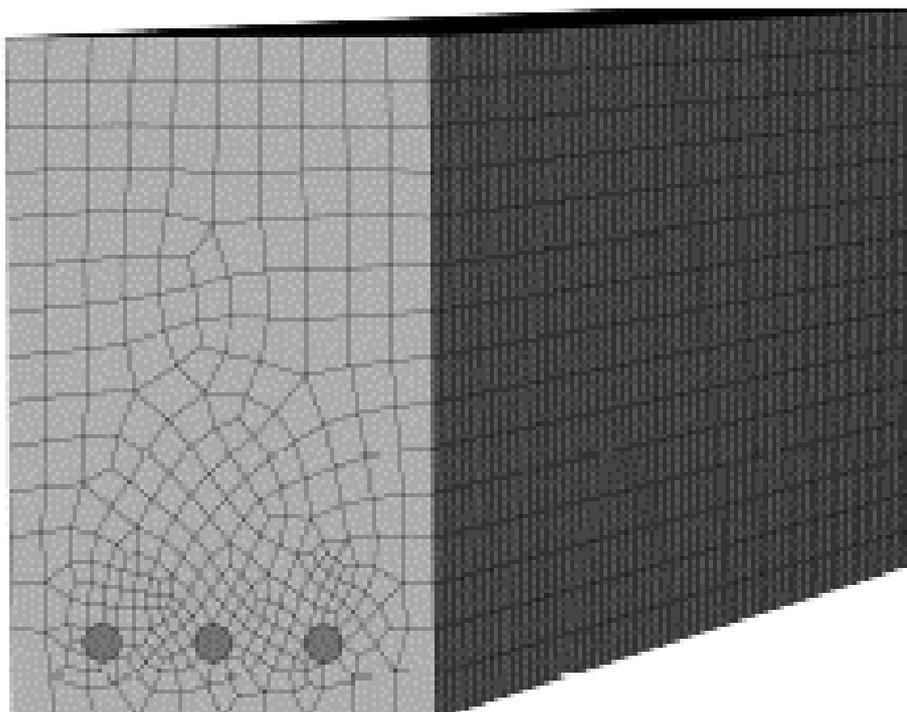
De acordo com Kwak & Filippou (1990) uma alternativa para efetuar análises lineares e não lineares mais detalhados do comportamento de estruturas de concreto armado é dada pela aplicação de métodos numéricos como o método dos elementos finitos (MEF).

Segundo Markou & Papadrakakis (2012) existem alguns métodos para realizar análises de concreto armado pelo MEF, por exemplo, modelos 1D de plasticidade concentrada ou distribuída, que não preveem o comportamento mecânico eficiente devido a sua incapacidade de captar fenômenos locais como cisalhamento, que afetam a resposta mecânica global da estrutura. Também existem modelos em planos de tensões 2D que evitam simplificações dadas nos modelos 1D permitindo obter respostas sob a influência de tensões cisalhantes. Entretanto sua incapacidade para capturar as reações fora do plano torna-os inadequados para a análise das estruturas completas em 3D de concreto armado.

Assan (2003) explica que o método dos elementos finitos é baseado no método de Rayleigh-Ritz e prevê a divisão do domínio de integração em um número finito de pequenas regiões denominadas —elementos finitos‡, transformando o meio contínuo em discreto. A essa divisão dá-se o nome de rede de elementos finitos. A malha desse reticulado pode ser aumentada ou diminuída variando o tamanho dos elementos, sendo sua divisão decisiva para a precisão dos resultados obtidos.

A modelagem em 3D de um elemento em concreto considerando a armadura pode apresentar resultados precisos para a análise estrutural, sendo possível inclusive prever o comportamento do elemento real como um todo, o que é um diferencial em comparação às modelagens clássicas, porém exige um esforço computacional maior. Segundo Floros e Ingason (2013), o modelo tridimensional de um elemento é capaz de descrever fenômenos complexos, como a interação entre o reforço de aço e o concreto, fonte principal da não linearidade do material composto. Essa modelagem é capaz de capturar os modos de falha que não estão disponíveis através da análise por outro método, como por exemplo, fissuração e falha de ancoragem nas regiões de apoio. A Figura 14 demonstra a modelagem tridimensional de uma viga, considerando o concreto e o reforço de aço.

**Figura 14 – Modelagem de Viga de Concreto Armado em 3D**



Fonte: Floros e Ingason, 2013

### 2.4.3 CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO

As estruturas são solicitadas por cargas e esforços durante sua vida útil, onde um dos pontos mais críticos do projeto é o correto dimensionamento para suportar as cargas que irão se desenvolver.

Assim, para que seja possível o desenvolvimento criterioso de todo o projeto, é necessário que tenhamos uma idealização do sistema estrutural, através da elaboração de um conjunto de modelos, que devem descrever de forma adequada os pontos relevantes quanto ao meio ambiente onde o sistema deve operar, quanto à geometria deste sistema e também quanto ao material que será utilizado na execução das várias partes que formam o sistema (ROSA,2002).

O projeto tem o objetivo de fornecer uma idealização simplificada da configuração dos componentes, para permitir uma análise de tensões nestes componentes. A falta de análise pode ocasionar falhas após a execução do projeto atingindo o estado limite de serviço e estado limite de serviço.

Uma falha que pode ocorrer no projeto é a não observância da concentração de tensões. A fim de evitar esse problema é necessário estimar a concentração de tensões com uma análise em elementos finitos. (LARA,2016)

A concentração de tensões pode provocar fissuras levando a patologias durante sua vida útil ou levar ao colapso com sua evolução. Teorias como Mecânica da Fratura têm sido desenvolvidas e empregadas para predições de carregamento com os quais estruturas contendo fissuras irão ou não falhar (Carvalho, 1992).

Essas fissuras, normalmente resultantes de defeitos nos materiais introduzidos durante sua execução ou então causadas pela ação de carregamentos, que se iniciam próximo a regiões concentradoras de tensão (Budynas, 2011).

A análise resistência do material tanto para cargas estáticas como para cargas dinâmicas tem o objetivo de determinar a tensão nominal que pode solicitar o material, sem provocar falhas. Estas falhas começam na forma de pequenas trincas, que vão crescendo e reduzindo a seção resistente, até que uma sobrecarga faz com que ocorra a ruptura final, por uma propagação brusca da fissura. (ROSA, 2002)

As regiões de maior sollicitação mecânica são os pontos favoráveis para a nucleação e propagação de novas trincas. As tensões de compressão não geram propagação das trincas, já as tensões de tração são as responsáveis por este fenômeno (LARA, 2016)

Dessa forma a análise das regiões de concentração de tensões pode auxiliar no reforço da estrutura na região evitando a propagação de fissuras e possíveis falhas devido a mesma.

#### 2.4.4 PROGRAMA ANSYS

O ANSYS é uma ferramenta criada por John Swanson, um engenheiro e filantropo estadunidense que é reconhecido em todo o planeta por ser pioneiro na inserção do método dos elementos finitos na engenharia. Sua ferramenta foi criada a fim de atingir todos os campos da engenharia que necessitam de simulação no processo de desenvolvimento de produtos.

O programa oferece simulações como: análises de transferência de calor, simulações em elementos finitos e dinâmica de fluidos computacional, soluções para problemas acústicos e eletromagnéticos, análises de estruturas dinâmicas e estáticas, entre outros. Quanto aos tipos de simuladores, o ANSYS disponibiliza a simulação fluidodinâmica, que consiste em uma análise computacional do escoamento de fluidos, a análise estrutural, que ajuda na avaliação da integridade físicas das estruturas com diversos tamanhas e inúmeras complexidades. Também possui a análise multifísica, que combina a simulação das propriedades térmicas, elétricas, mecânicas e fluido mecânicas.

Quanto a análise eletromagnética, o programa consegue reproduzir virtualmente campos os campos eletromagnéticos com baixa ou alta frequência. Sua utilidade se torna ainda maior quando usado para estruturas que são seguramente mais complexas onde sua amplitude e sua capacidade de invenção, faz com que ele seja referência quando se trata de softwares que contribuem no avanço e desenvolvimento da construção civil.

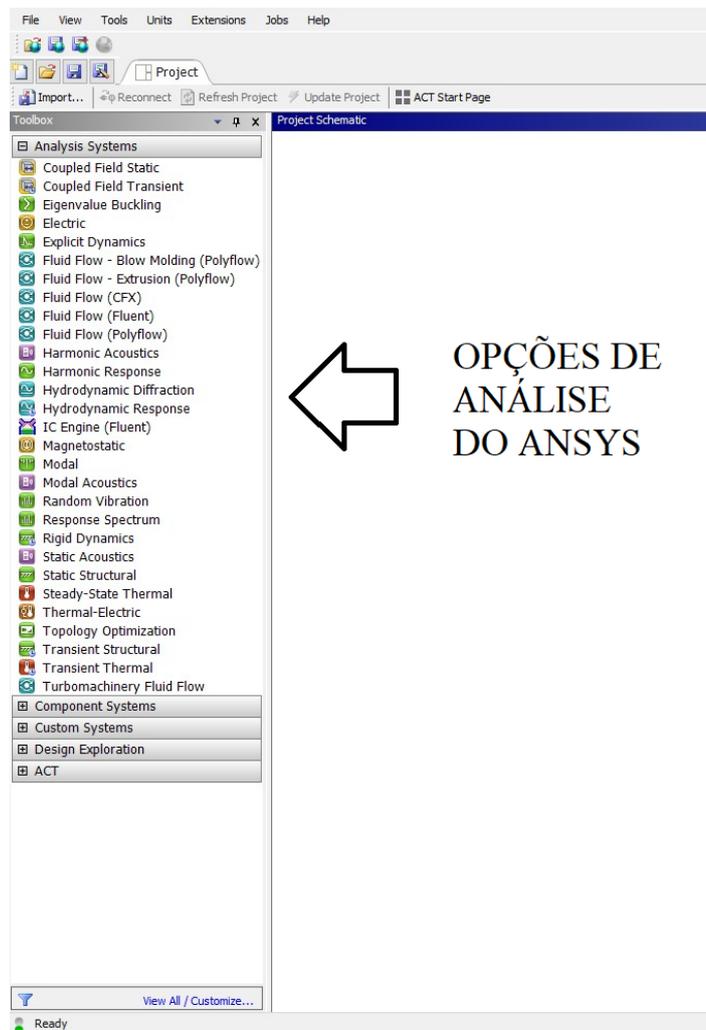
A criação de elementos através do ANSYS permite que as condições de trabalho sejam avaliadas antes da execução do projeto. Sendo assim, é possível proporcionar economia de tempo e dinheiro servindo de controle para uma determinada estrutura física, como também de auxiliar para a manutenção da estrutura ou elemento. Um exemplo é a SBM 800, a máquina mais potente de perfuração da América Latina, que é utilizada por uma empresa de mineração que faz o uso do ANSYS desde 2011. Esta indústria petrolífera, possui um sistema operacional bastante complexo e com inúmeras etapas fluidodinâmicas e desde então vem utilizando o programa devido a possibilidade que ele oferece de realizar diversas simulações.

### 3 MODELAGEM NUMERICA

#### 3.1 PROGRAMAÇÃO TEORICA

Inicialmente ao executar o programa Ansys, temos uma gama de opções que o programa oferece. O ANSYS oferece diversos tipos de análises e possibilita ao usuário uma praticidade no que lhe é desejado além de uma infinidade de recursos para que a análise desejada se torne mais precisa e que atinja o objetivo do usuário com maior eficiência. Ao executar a bancada de trabalho do programa ANSYS (figura 15) é possível escolher o tipo de análise desejado, que varia desde fluidos, análises térmicas, magnéticas, estáticas, dentre outras.

**Figura 15 – Opções de análise do ANSYS**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

O padrão de análise definido para este estudo de caso foi o estático estrutural. Após esta escolha o próximo passo é definir todos os parâmetros desejados (figura 16) respeitando as exigências do ANSYS para que a obtenção dos resultados se torne eficiente.

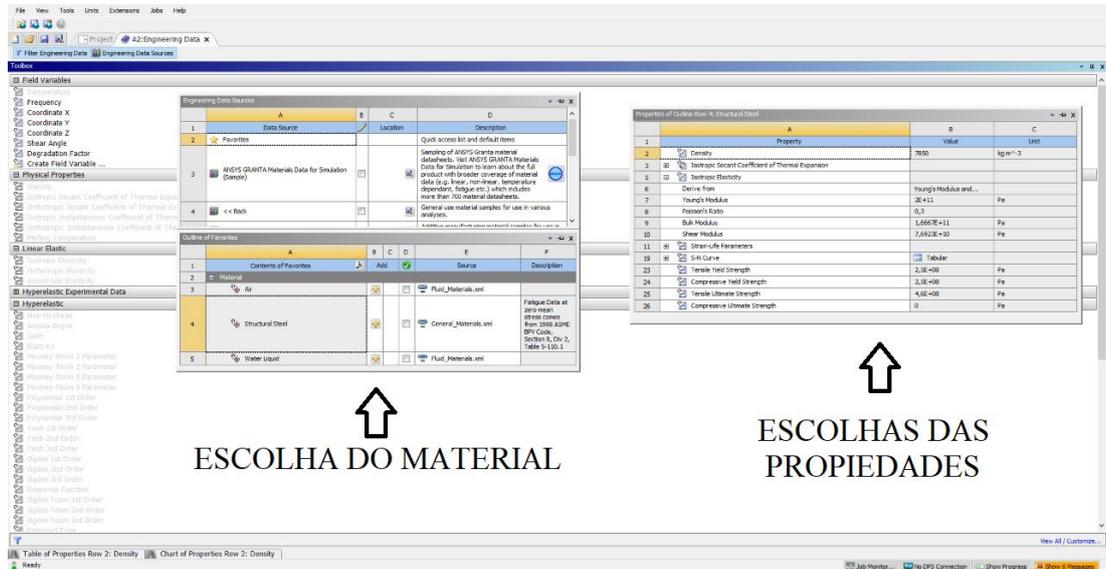
**Figura 16 – Parâmetros da análise estática estrutural**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

O primeiro parâmetro que o ANSYS exige são os dados de base de cálculo (figura 17) para que exista uma base numérica e fundamentada de como a estrutura criada pode ser feita e também exige que se escolha o tipo de material desejado. Quanto ao material, o programa oferece diversos tipos de matérias para uso além de oferecer também a opção de adicionar seu próprio material e definir suas características como a densidade, a elasticidade, a temperatura, o modulo de Poisson, seus estados de tensão, o que torna ainda mais real análise de um objeto dentro do ANSYS.

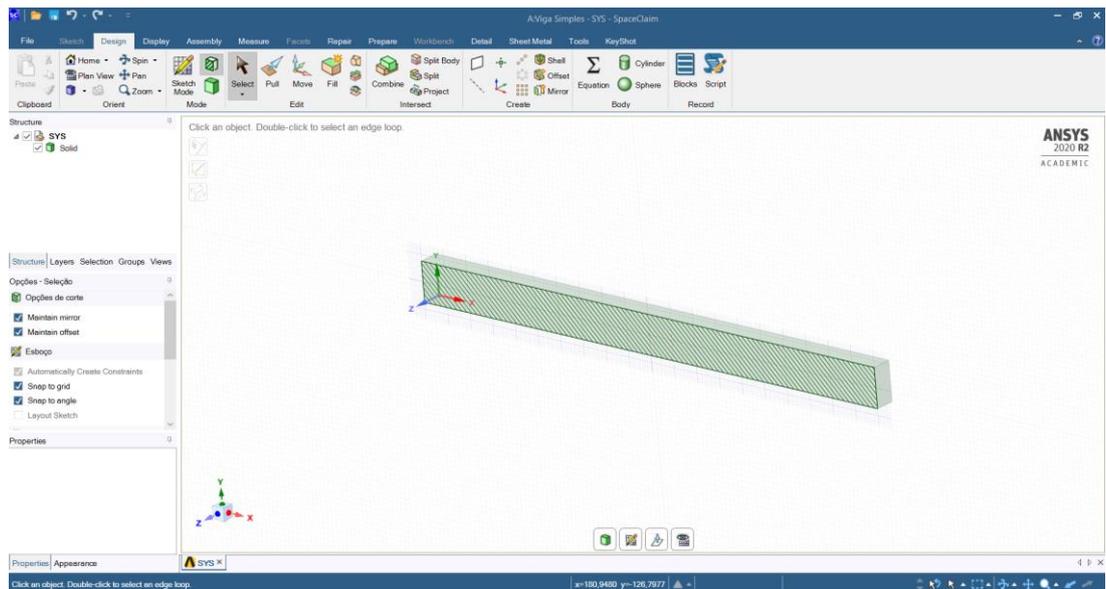
**Figura 17 – Materiais e Propriedades**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

O próximo parâmetro que deve ser definido é a geometria da estrutura avaliada. Dentro de uma nova propriedade do programa (figura 18), é possível determinar a forma geométrica da estrutura, assim como o plano apresentado, suas medidas, seus efeitos tridimensionais, seus cortes ou amplificações e assim deixar sua estrutura com a devida aparência desejada.

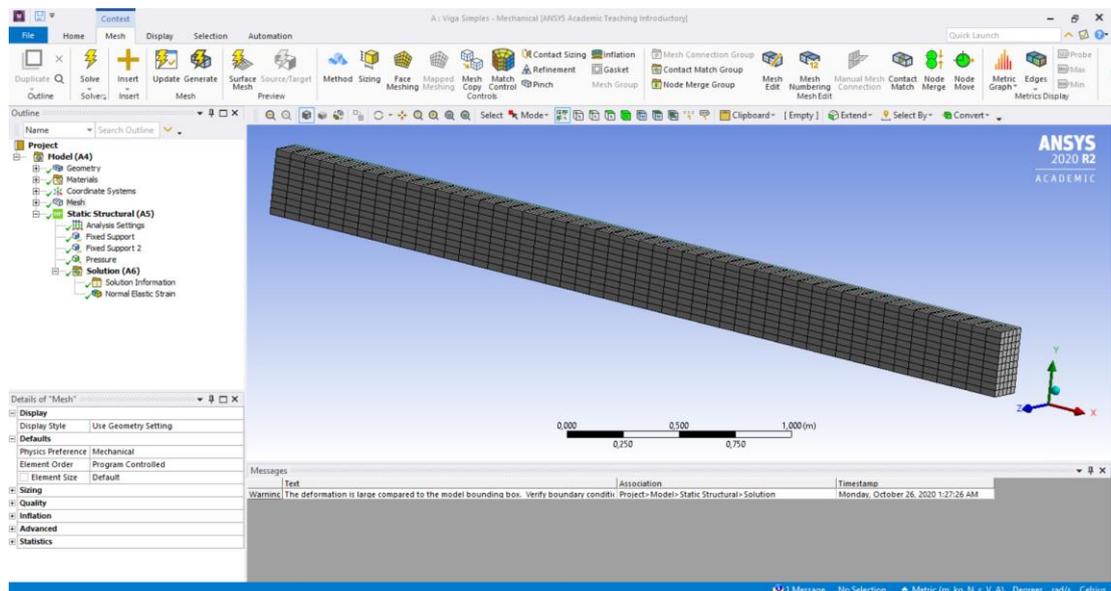
**Figura 18 – Geometria da Estrutura**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Após a geometria estar completamente definida e aplicada, o próximo passo é determinar a malha da estrutura. A malha consiste em particionar a estrutura em múltiplas partes. É neste processo em que se aplica a teoria dos elementos finitos que visa avaliar cada parte particionada. O programa deixa livre a quantidade de divisões que a estrutura pode ter o que com que a malha dividida se torne opcional (figura 19) e que sua escolha se torne específica e única para cada estrutura e que seja melhor avaliada.

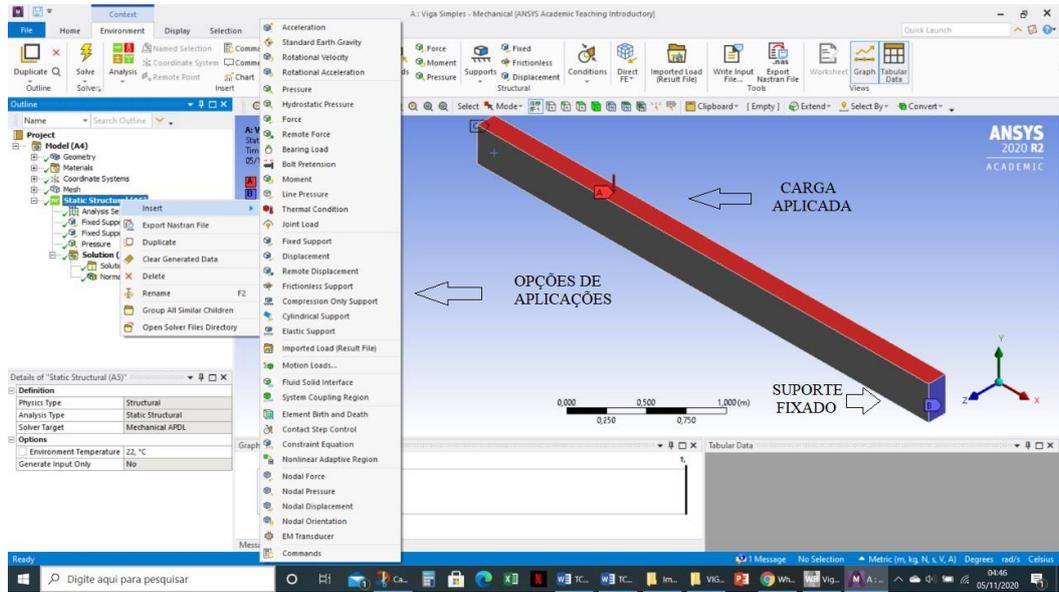
**Figura 19 – Definição da Malha da Estrutura**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Definida a malha da estrutura o procedimento posterior seria implementar o processos estruturais no qual o elemento se encontra. O programa oferece inúmeras opções de aplicação (figura 20) como: força, pressão, suportes livres ou fixados, momentos, o que possibilita ainda mais a criação de uma possível situação em que a estrutura aplicada se aproxime ainda mais da realidade onde ela estará sendo utilizada.

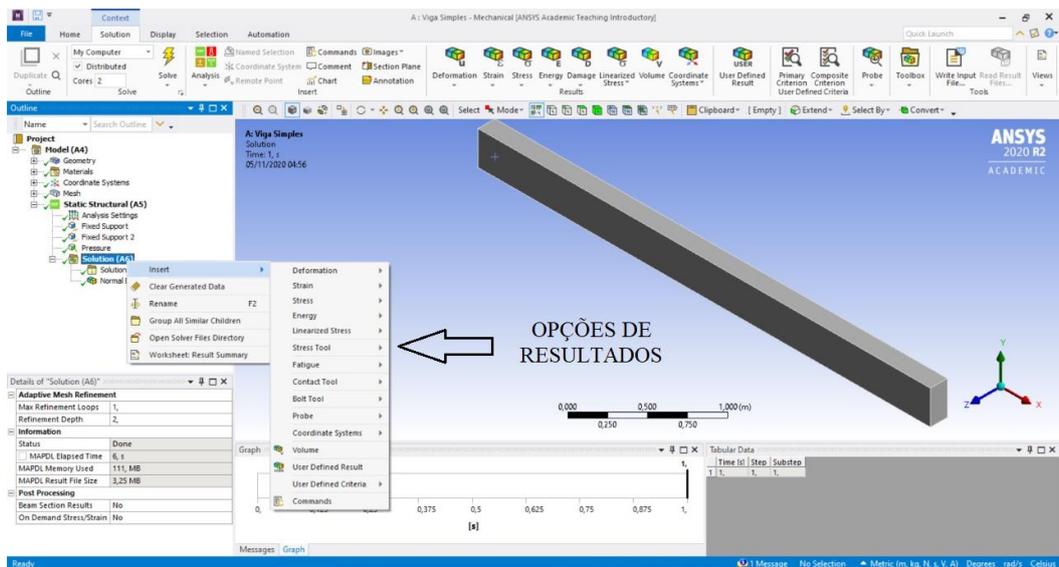
**Figura 20 – Definição da Aplicações Estruturais.**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Por fim temos como opção definir o que é necessário que o programa mostre (figura 21), através das inúmeras opções de resultados que estão disponíveis, como deformações, tensões, energias, fadigas, entre outros.

**Figura 21 – Definição dos Resultados.**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

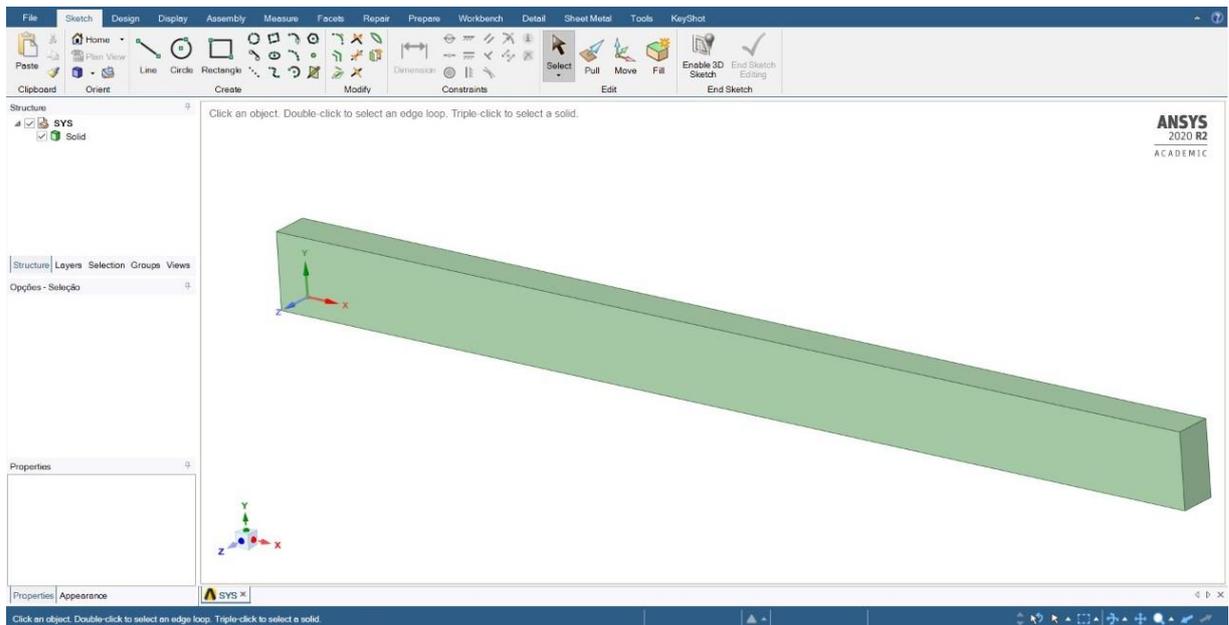
### 3.2 ESTUDO DE CASO 1

A viga do estudo de caso 1 tem como material definido o concreto e as propriedades utilizadas para que ela fosse executada foram: o coeficiente de Poisson definido a 0,2 e o seu modulo de elasticidade definido a 246Pa.

Em relação a sua geometria (figura 22), ela foi criada no plano tridimensional com o formato retangular e com as seguintes aplicações:

- Base: 15cm
- Altura: 30cm
- Comprimento: 400cm

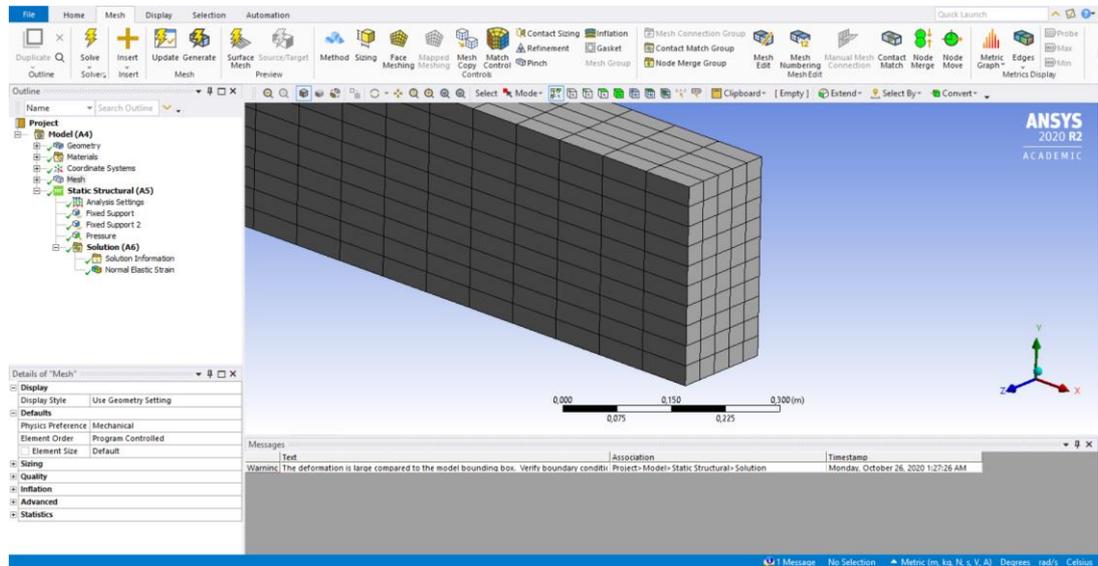
**Figura 22 – Geometria do Estudo de Caso 1**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Concluída a geometria, aplicação da malha (figura 23) foi o próximo passo a ser executado. Neste processo a viga foi dividida em seu comprimento em 50 vezes e em sua largura por 10 vezes.

**Figura 23 – Malha do Estudo de Caso 1**

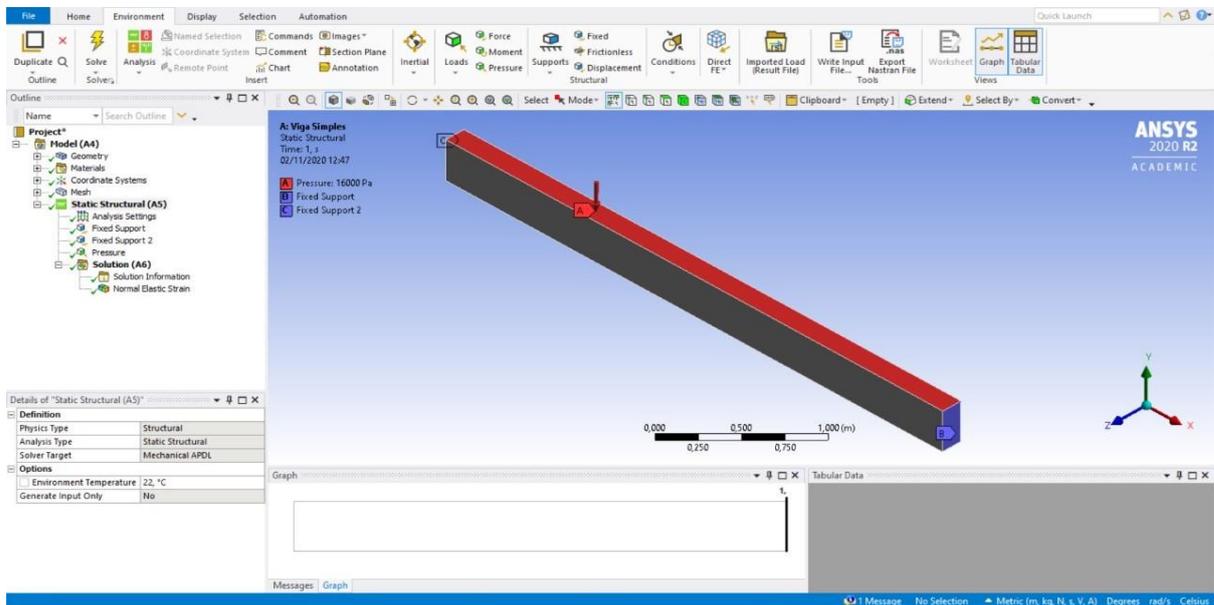


Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Concluída a malha, foram feitas aplicações afim de tornar a viga uma estrutura ainda mais próxima da realidade (figura 24). As aplicações que foram inseridas no estudo de caso 1 foram as seguintes:

- Fixações com suportes fixos em ambas a laterais afim de evitar o deslocamento de ambas.
- Aplicação de uma carga pontual de 16000N na direção Y.

**Figura 24 – Aplicações Estruturais Estudo de Caso 1**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

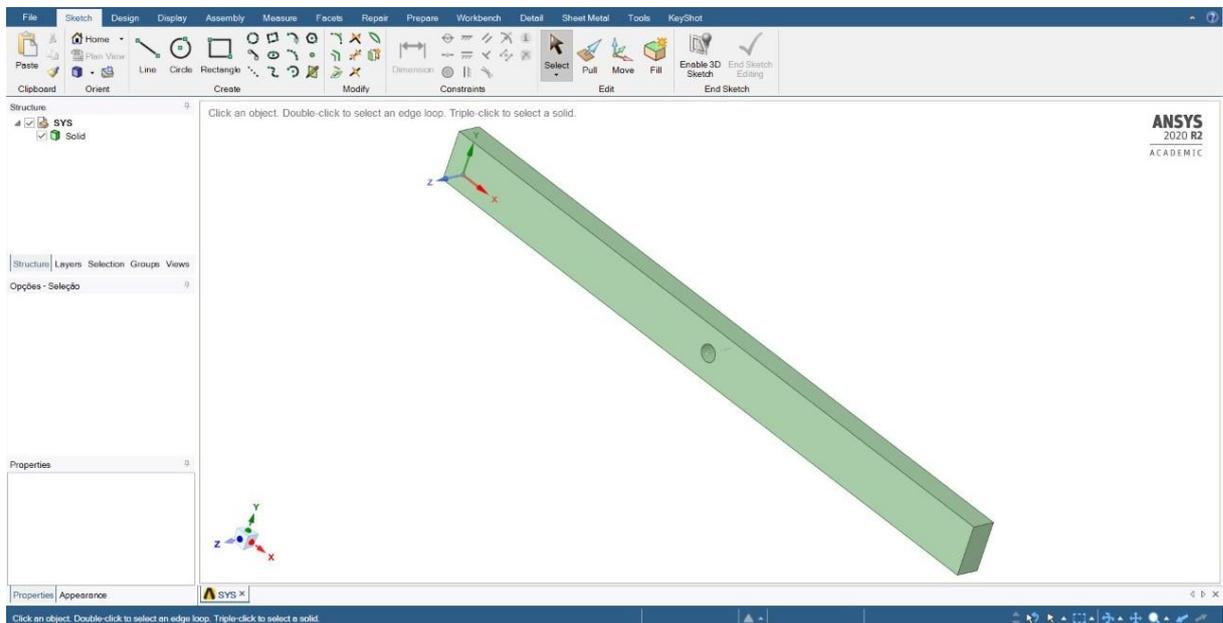
### 3.3 ESTUDO DE CASO 2

A viga do estudo de caso 2 tem como material definido o concreto e as propriedades utilizadas para que ela fosse executada foram: o coeficiente de Poisson definido a 0,2 e o seu modulo de elasticidade definido a 246Pa.

Em relação a sua geometria (figura 25), ela foi criada no plano tridimensional com o formato retangular com um furo circular em sua parte central e com as seguintes aplicações:

- Base: 15cm
- Altura: 30cm
- Comprimento: 400cm
- Furo centralizado com diâmetro de: 5cm

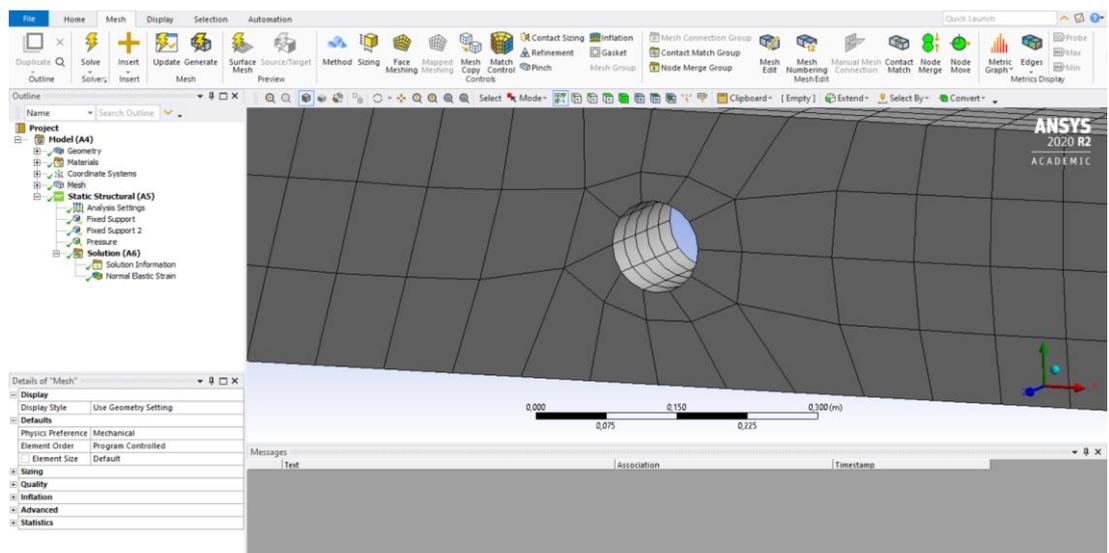
**Figura 25 – Geometria do Estudo de caso 2**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Concluída a geometria, aplicação da malha (figura 26) foi o próximo passo a ser executado. Neste processo a viga foi dividida em seu comprimento em 50 vezes e em sua largura por 10 vezes.

**Figura 26 – Malha do Estudo de Caso 2**

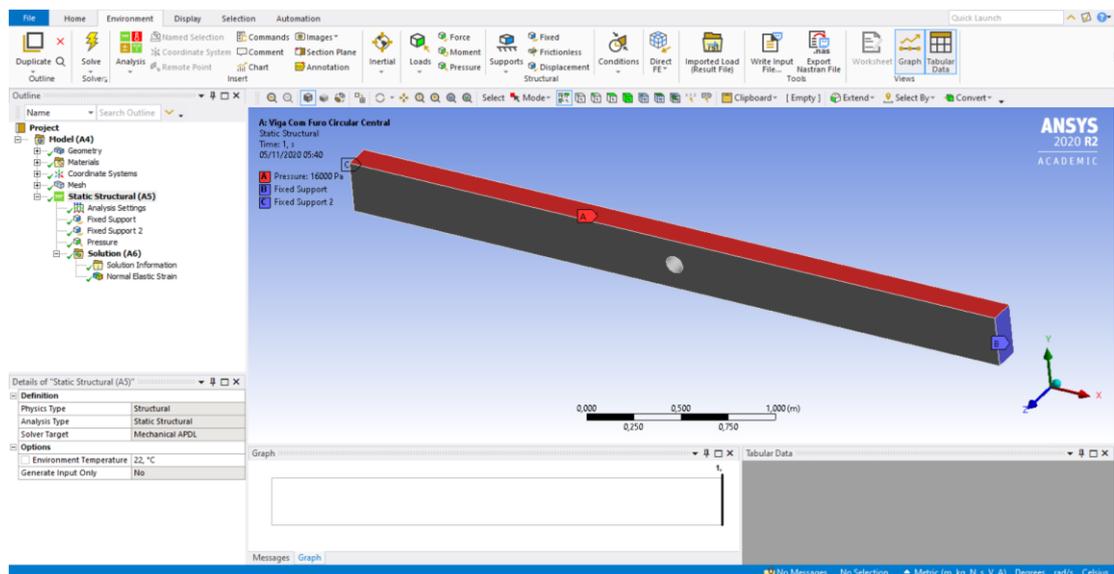


Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Concluída a malha, foram feitas aplicações (figura 27) afim de tornar a viga uma estrutura ainda mais próxima da realidade. As aplicações que foram inseridas no estudo de caso 2 foram as seguintes:

- Fixações com suportes fixos em ambas a laterais afim de evitar o deslocamento de ambas.
- Aplicação de uma carga distribuída de 16000N na direção Y.

**Figura 27 – Aplicações Estruturais Estudo de Caso 2**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

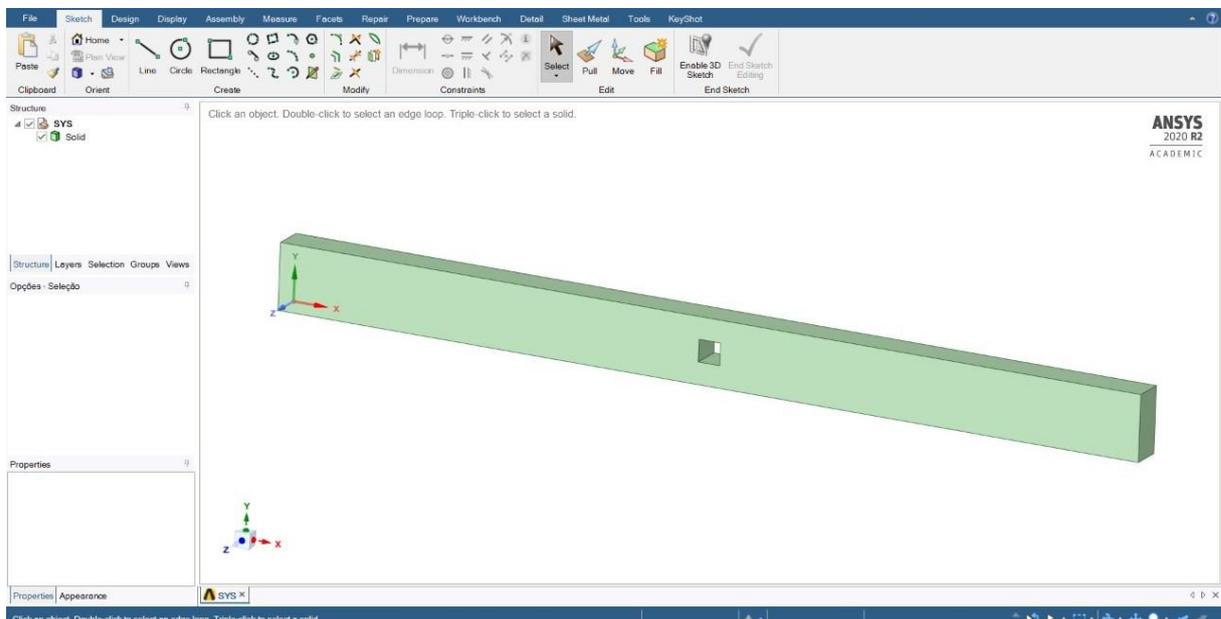
### 3.4 ESTUDO DE CASO 3

A viga do estudo de caso 3 tem como material definido o concreto e as propriedades utilizadas para que ela fosse executada foram: o coeficiente de Poisson definido a 0,2 e o seu modulo de elasticidade definido a 246Pa.

Em relação a sua geometria (figura 28), ela foi criada no plano tridimensional com o formato retangular com um furo quadrado em sua parte central e com as seguintes aplicações:

- Base: 15cm
- Altura: 30cm
- Comprimento: 400cm
- Furo centralizado com base e altura de: 5cm

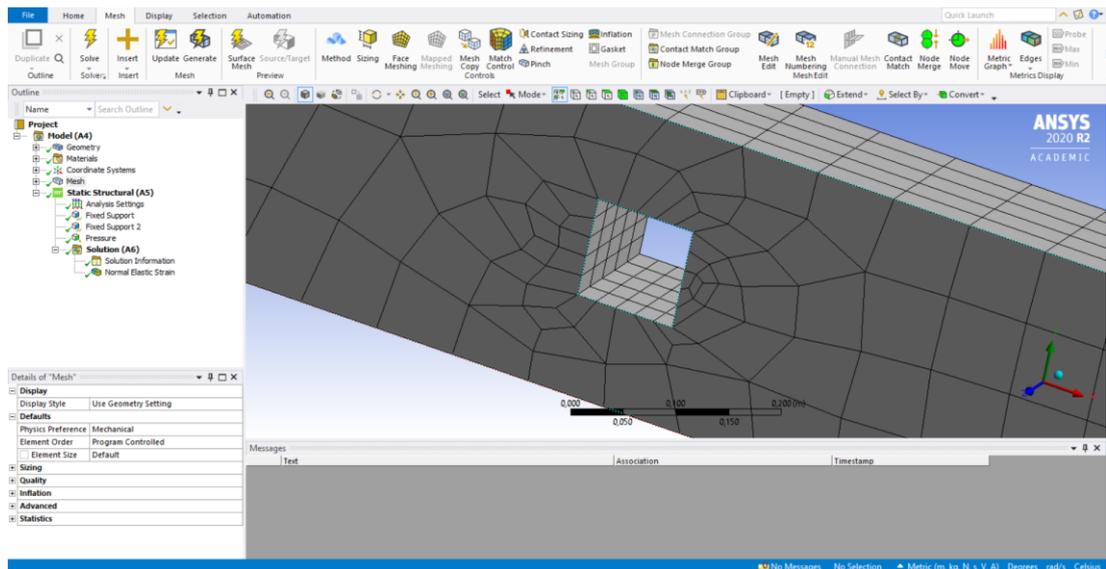
**Figura 28 – Geometria do Estudo de caso 3**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Concluída a geometria, aplicação da malha (figura 29) foi o próximo passo a ser executado. Neste processo a viga foi dividida em seu comprimento em 50 vezes e em sua largura por 10 vezes.

**Figura 29 – Malha do Estudo de Caso 3**

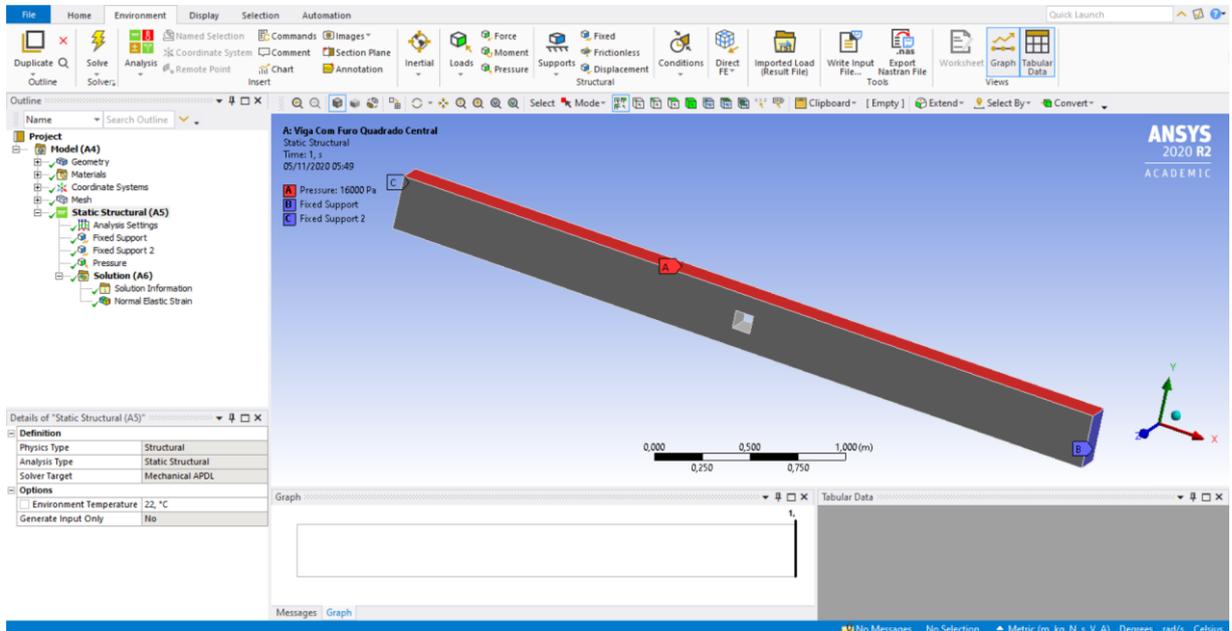


Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Concluída a malha, foram feitas aplicações afim de tornar a viga uma estrutura ainda mais próxima da realidade. As aplicações (figura 30) que foram inseridas no estudo de caso 3 foram as seguintes:

- Fixações com suportes fixos em ambas a laterais afim de evitar o deslocamento de ambas.
- Aplicação de uma carga distribuída de 16000N na direção Y.

**Figura 30 – Aplicações Estruturais Estudo de Caso 3**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

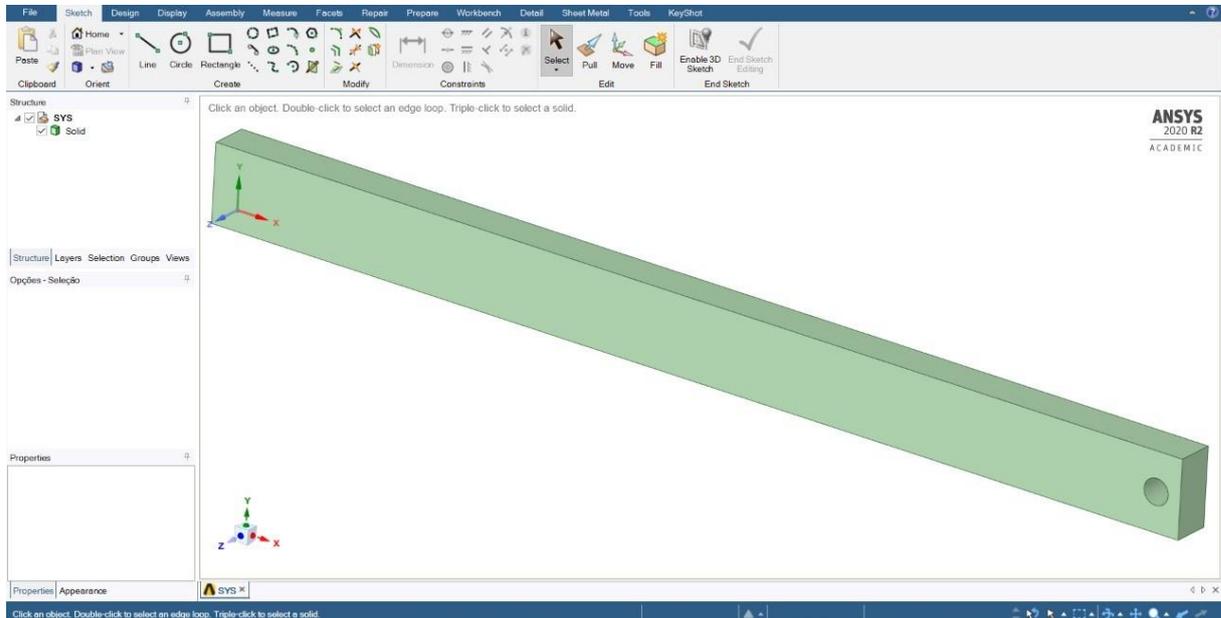
### 3.5 ESTUDO DE CASO 4

A viga do estudo de caso 4 tem como material definido o concreto e as propriedades utilizadas para que ela fosse executada foram: o coeficiente de Poisson definido a 0,2 e o seu modulo de elasticidade definido a 246Pa.

Em relação a sua geometria (figura 31), ela foi criada no plano tridimensional com o formato retangular com um furo circular no canto e com as seguintes aplicações:

- Base: 15cm
- Altura: 30cm
- Comprimento: 400cm
- Diâmetro do furo no canto: 5cm

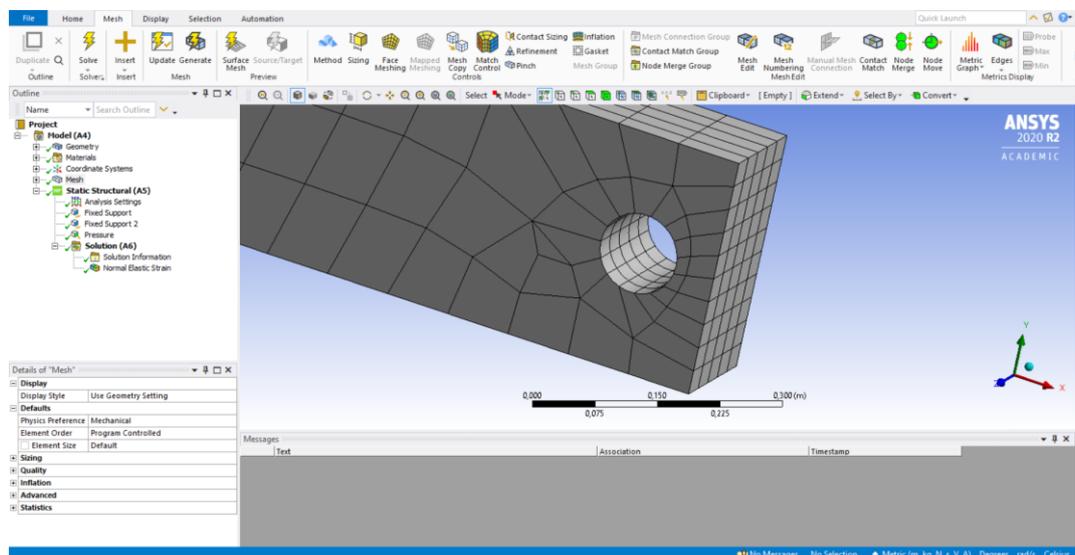
**Figura 31 – Geometria do Estudo de caso 4**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Concluída a geometria, aplicação da malha (figura 32) foi o próximo passo a ser executado. Neste processo a viga foi dividida em seu comprimento em 50 vezes e em sua largura por 10 vezes.

**Figura 32 – Malha do Estudo de Caso 4**

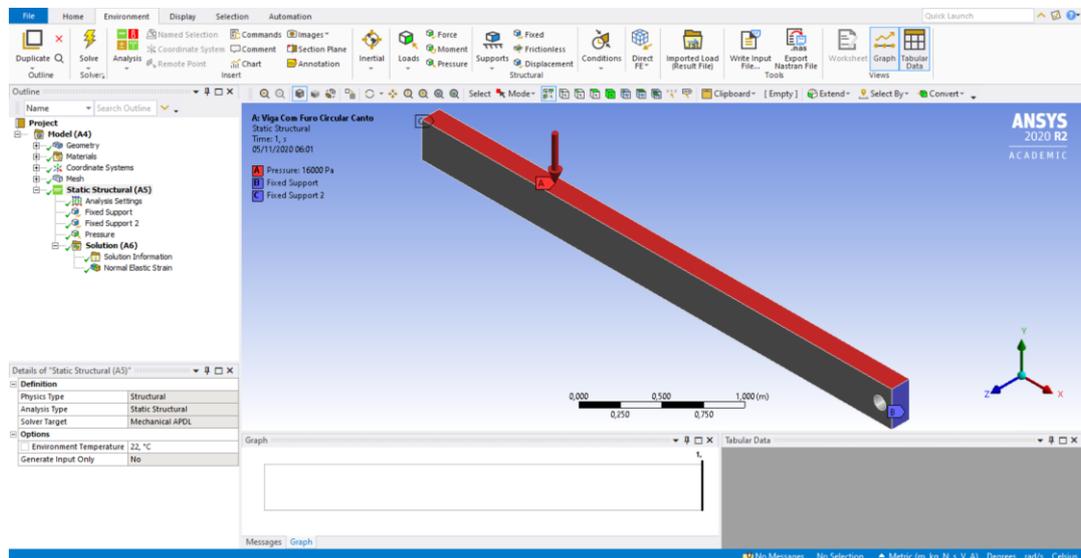


Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Concluída a malha, foram feitas aplicações afim de tornar a viga uma estrutura ainda mais próxima da realidade. As aplicações (figura 33) que foram inseridas no estudo de caso 4 foram as seguintes:

- Fixações com suportes fixos em ambas a laterais afim de evitar o deslocamento de ambas.
- Aplicação de uma carga distribuída de 16000N na direção Y.

**Figura 33 – Aplicações Estruturais Estudo de Caso 4**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

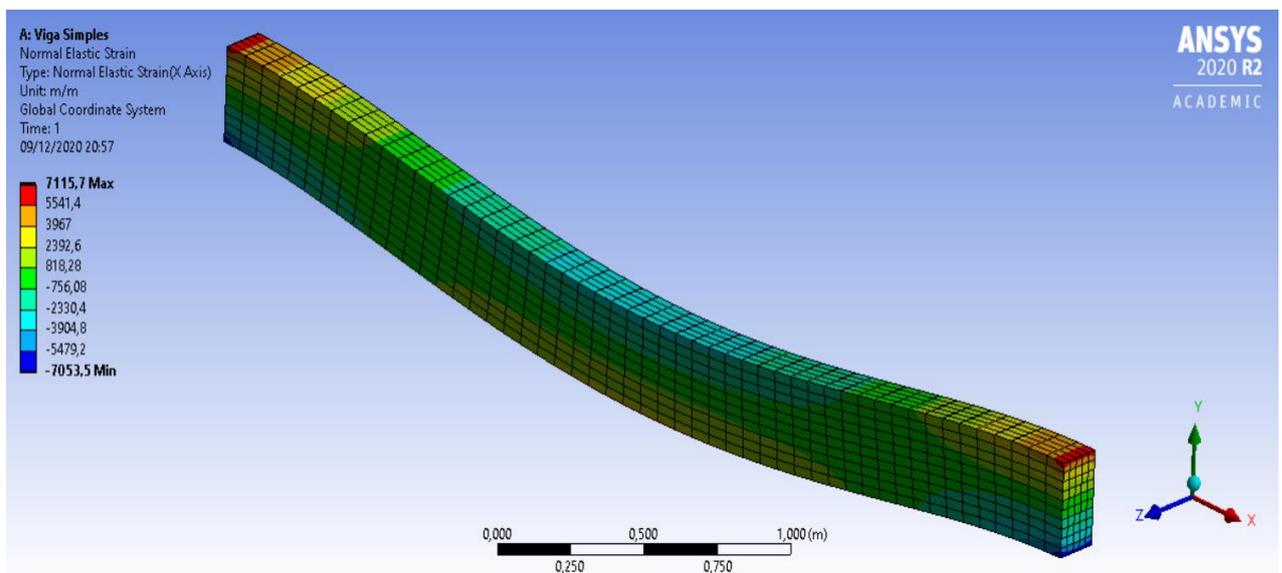
## 4 RESULTADOS DOS ESTUDOS DE CASO

Neste item apresenta-se os resultados dos quatro estudos de caso referente a vigas. Os resultados foram analisados em função da tensão com o intuito de procurar zonas de concentração de tensão e prever regiões de possível fissuração.

### 4.1 RESULTADO DO ESTUDO DE CASO 1

A figura 34 refere-se ao estudo de caso 1, uma viga simples apoiada nas duas extremidades com uma carga pontua no centro da estrutura. Ao analisar a escala observa-se que a máxima tensão de tração está representada em vermelho e a máxima tensão de compressão está em azul. Nota-se que as máximas tensões de tração e compressão respectivamente se encontram nos apoios da viga. Devido ao apoio engastado adotado para uma viga simples as reações acumulam-se nos apoios gerando um acúmulo de tensões no mesmo. Observa-se também que na região central da viga (amarelo e laranja) apresenta-se valores de tração e compressão próximos dos valores máximos calculados, valor esperado por ser a região de flecha máxima da estrutura.

**Figura 34 – Resultado Estudo de Caso 1**



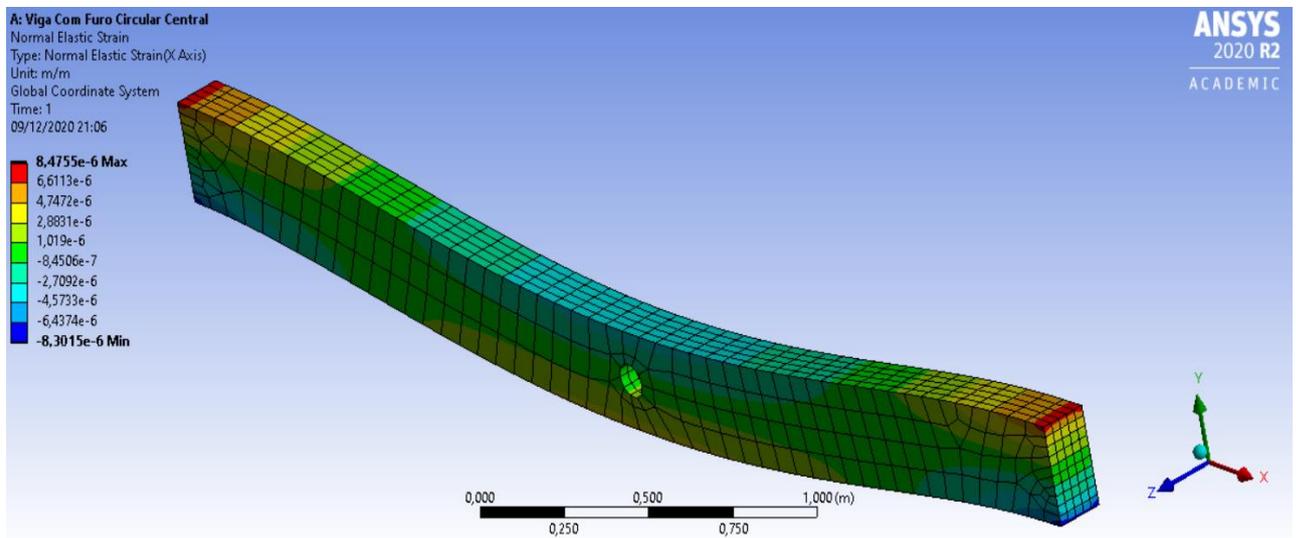
Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Conforme apresentado por Lara (2016) no caso de aparecimento de fissuras deve-se levar em consideração as zonas de tração. Dessa forma deve-se prever um reforço para os apoios aumentando a quantidade de aço na parte superior da viga. No centro da viga a concentração de tensão de tração ocorre na parte inferior da viga, sendo necessário um acréscimo de aço em tal região, combatendo os esforços máximos na região. Tal resultado está em concordância com a literatura demonstrando que uma simulação simples possibilita uma análise próxima da realidade auxiliando no projeto estrutural.

#### 4.2 RESULTADO DO ESTUDO DE CASO 2

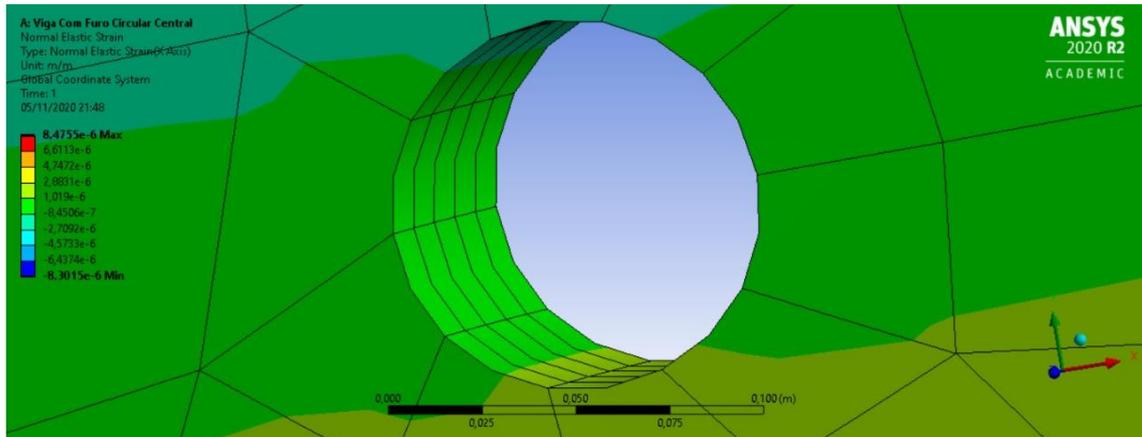
A figura 35 apresenta uma viga engastada na extremidade com um furo redondo no centro da viga conforme prescrito na NBR 6118/2014. Observa-se que as zonas de máxima tração (vermelho) e máxima compressão (azul) se encontram na extremidade da viga. O furo encontra-se no centro da viga (figura 36) onde as tensões encontradas tendem a zero.

**Figura 35 – Resultado Estudo de Caso 2**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

**Figura 36 – Detalhe do Furo Estudo de Caso 2**



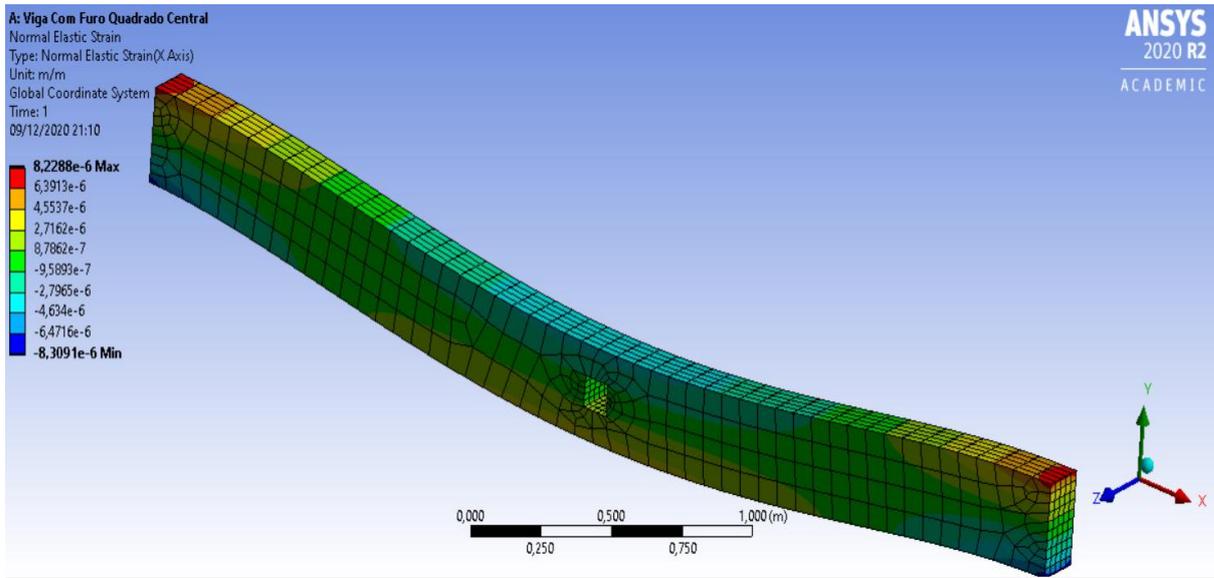
Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Da mesma forma que no estudo de caso 1 deve-se promover um reforço de aço na extremidade do concreto com o intuito de combater a concentração de tensão de tração em tal região. Na região do furo observa-se que não há uma influência da tensão nas proximidades do furo. Fato esse é justificado pela proximidade da zona neutra da viga. Pode-se concluir que o furo na região central é o mais recomendável por não apresentar grande influência no comportamento da estrutura e baixa possibilidade de fissuração devido concentração de tensão.

#### 4.3 RESULTADO DO ESTUDO DE CASO 3

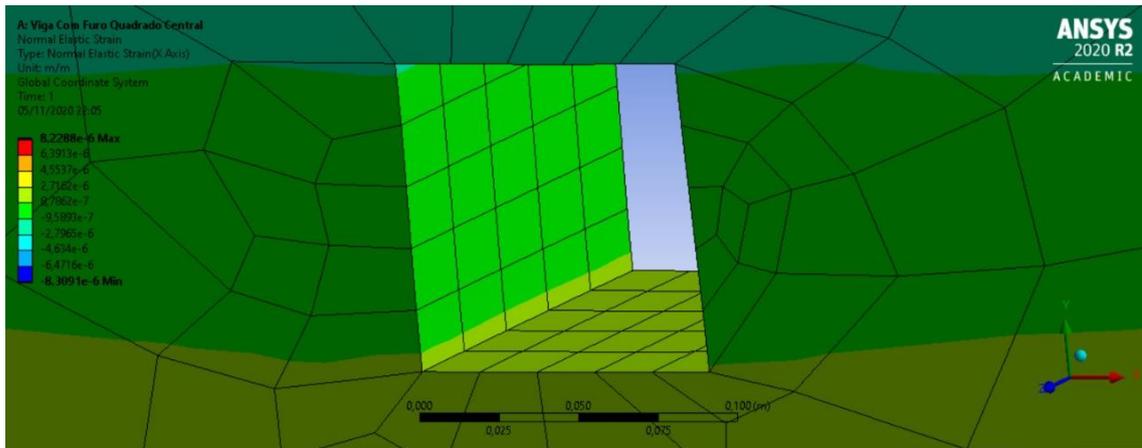
A figura 37 apresenta um caso semelhante ao caso 2. Uma viga com furo no centro, com uma diferença na geometria do furo. Da mesma forma que os casos anteriores As zonas de tração se encontram na extremidade. No que diz respeito ao furo (figura 38) a conclusão inicial é a mesma do caso anterior, não apresenta uma zona de fissuração expressiva na região devido sua proximidade da linha neutra.

**Figura 37 – Resultado Estudo de Caso 3**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

**Figura 38 – Detalhe do Furo Estudo de Caso 3**



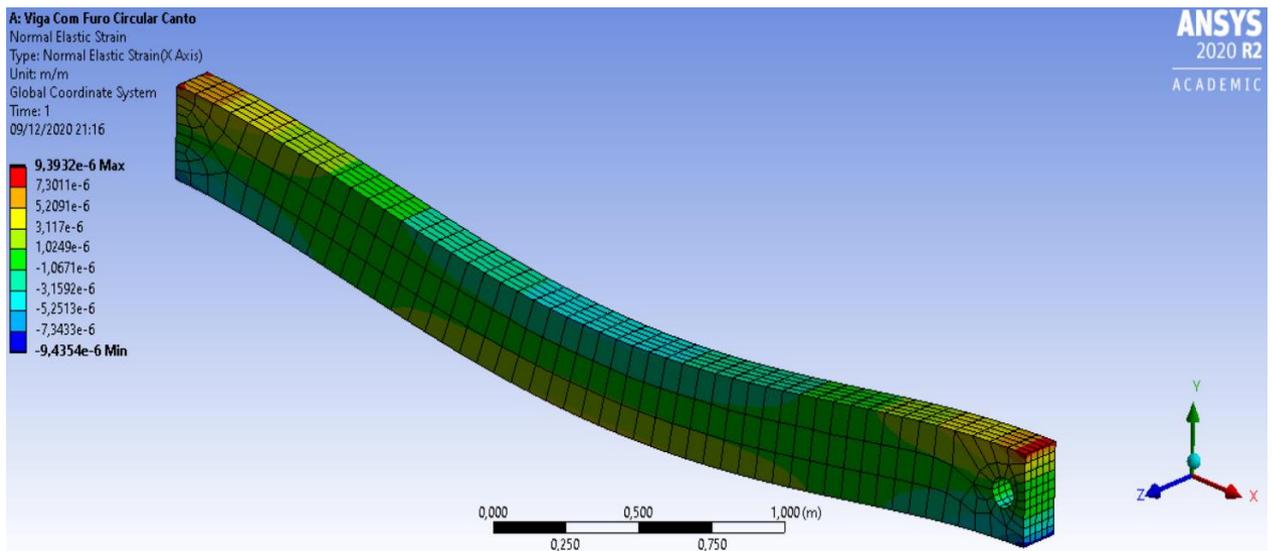
Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Porem ao observar a dinâmica da malha na região observa-se uma redistribuição das tensões aumentando nas proximidades do furo a zona de tração (em amarelo). Fato esse justificado pela geometria do furo. Onde nos cantos há um acréscimo de tensão influenciando diretamente na concentração de tensão ao redor do furo. Pode-se considerar que o furo quadrado estará mais suscetível a possível fissuração devido sua geometria em comparação ao furo redondo que permite uma melhor redistribuição das tensões. Para evitar fissuração nessa região deve-se aumentar a área de aço na região do furo principalmente próxima aos cantos com barras inclinada evitando os esforços excessivos na região.

#### 4.4 RESULTADO DO ESTUDO DE CASO 4

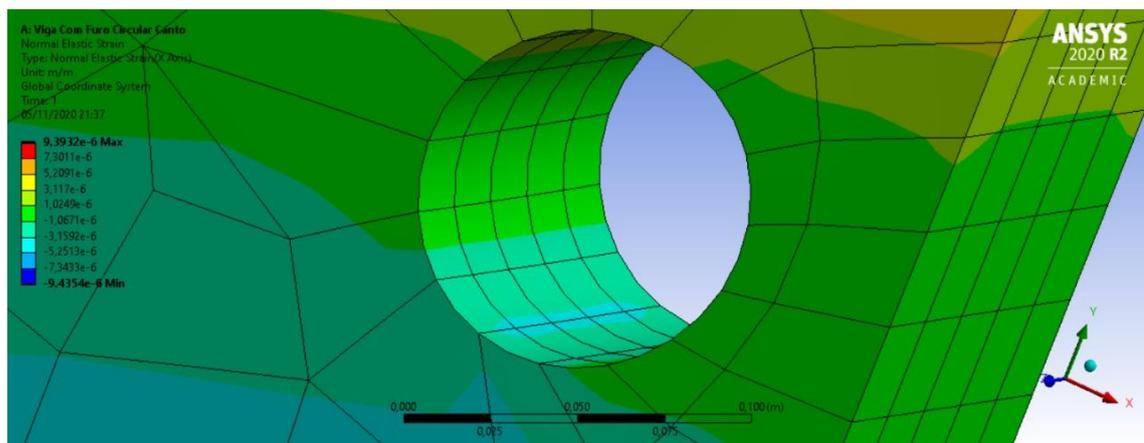
No caso 4 simulou-se uma situação contrária ao solicitado na NBR 6118/2014 que sugere que os furos tem que estar distantes das extremidades da viga. Observou-se que a concentração de tensões ocorreu nas extremidades da viga, conforme apresentado na figura 39.

**Figura 39 – Resultado Estudo de Caso 4**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

**Figura 40 – Detalhe do Furo Estudo de Caso 4**



Fonte: Programa Ansys – Adaptado

Observa-se que nas proximidades do furo (figura 40) a concentração de tensões de tração (em amarelo/laranja) aumentou consideravelmente. Fato esse justificado pela presença do furo próximo da extremidade. Apesar do furo se encontrar na região da linha neutra a concentração de tensões aumentou. Fato esse que pode ser justificado pela redução da rigidez da estrutura na região do furo reduzindo o momento de inércia, aumentando por consequência o valor da tensão de tração e compressão na região. A possibilidade de aparecimentos de fissura é grande na região podendo levar a estrutura em colapso devido a perda de estabilidade da região. Dessa forma deve-se evitar furos nas proximidades do apoio evitando esse acréscimo de tensões que podem fazer com que a estrutura atinja o estado limite de serviço e possivelmente o estado limite último.

## 5 CONCLUSÃO

O avanço computacional proporcionou uma grande evolução na análise estrutural ao longo dos anos. Computadores mais eficientes e métodos de análise em evolução permitem que a simulação de elementos estruturais produzam resultados próximo a realidade. Dessa forma é papel dos engenheiros que desejam trabalhar em tal área viver em constante aprimoramento com o intuito de acompanhar novas técnicas que estão surgindo e facilitando o cotidiano dos calculistas.

O método dos elementos finitos é um método numérico em constante evolução que demonstrou ao longo dos anos através da comparação de resultados experimentais e numéricos uma precisão considerável na área estrutural. Porém esse método é pouco difundido entre os engenheiros, principalmente por ser matéria comumente específica da pós graduação ou disciplina optativa. O MEF permite simular uma grande variedade de problemas permitindo otimizar as estruturas e auxiliando na tomada de decisão sem a necessidade de testes experimentais.

Buscou-se um exemplo prático da literatura para apresentar a simplicidade do método. Escolheu-se a simulação de vigas com e sem furos com o intuito de comparar com casos da literatura e recomendações da NBR 6118/2014. Para a simulação adotou-se o software de elementos finitos Ansys Student por ser um software de licença livre e por sua simplicidade de uso.

Observou-se que os resultados obtidos foram próximos ao apresentados na literatura demonstrando a eficiência do uso do MEF em análise estrutural. Ao apresentar o passo a passo do lançamento no software demonstrou-se a simplicidade de manuseio. A grande dificuldade foi na compreensão do funcionamento do método e no processo de refinamento da malha. Tal dificuldade surgiu pelo pouco tempo de estudo e aplicação do método e demonstrou que avançar em tal estudo pode facilitar muito a vida do futuro profissional de engenharia civil. Tal método demanda um certo tempo de estudo e um bom conhecimento de disciplinas de análise tais como resistência dos materiais e teoria das estruturas.

Apesar da exigência de um alto nível de conhecimento o profissional que domina tal técnica está à frente dos demais, fornecendo projetos otimizados, econômicos e estáveis.

## REFERÊNCIAS

SILVA, A. K. **Método para avaliação e seleção de softwares de simulação de eventos discretos aplicados à análise de sistemas logísticos**. São Paulo: 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

MARIA, A. **Introduction to modeling and simulation**. In: Proceedings of the 1997 Winter Simulation Conference, 1997.

PICKOVER, C. A. **Computers and the Imagination**. New York: St. Martin's Press, 1991.

CAMPOS, L. E. T. **Técnicas de recuperação e reforço estrutural com estruturas de aço**. Rio de Janeiro: PGECIV, 2006.

KWAK, H.-G., & FILIPPOU, F. C. (1990). **Finite element analysis of reinforced concrete structures, Report No. UCB/SEMM-90/14**. University of California, Berkeley, 120 p.

MARKOU, G., & PAPADRAKAKIS, M. (2012). **An efficient generation method of embedded reinforcement in hexahedral elements for reinforced concrete simulations**. *Advances in Engineering Software*, v. 45, n 1, pp. 175–187. doi:10.1016/j.advengsoft.2011.09.025.

CAMPOS FILHO, AMÉRICO. **Fundamentos da análise de estruturas de concreto pelo método dos elementos finitos**. 2003. 45 p. Apostila (Pós-Graduação em Engenharia Civil) – UFRGS.

FLOSOS, DIMOSTHENIS. INGASON, Olafur Agust. **Modelling and simulation of reinforced concrete beams: coupled analysis of imperfectly bonded reinforcement in fracturing concrete**. Goteborg, Sweden, 2013. Master's Thesis in Solid and Structural Mechanics - Chalmers University of Technology.

ASSAN, ALOISIO ERNESTO. **Método dos elementos finitos: primeiros passos**. Campinas: Ed. Universidade Estadual de Campinas, 2003. 298 p.

LAW, A. M.; KELTON, W. D. **Simulation modeling and analysis**. 3 ed. New York: McGraw-Hill, 1991.

P. PARIS E F. ERDOGAN (1963), **Uma análise crítica das leis de propagação de fissuras**, *Journal of Basic Engineering*, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, December 1963, pp.528-534.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. **Fatigue of Concrete Structures, Bulletin D'Information**, n.188, 1988.

FORREST, T. **Fatigue of Metals**. Oxford, Heandington Hill Hall, 1970.

MARTHA, Luiz Fernando. **Análise de estruturas**: conceitos e métodos básicos. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010. 560 p.

MARTHA, Luiz Fernando. **Análise de estruturas**: conceitos e métodos básicos. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010. 560 p.

MCCORMAC, Jack C.. **Análise Estrutural**: usando métodos clássicos e métodos matriciais. 4. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2019. 479 p. Tradução e revisão técnica: Amir Kurban.. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br>. Acesso em: 20 maio 2020.

MIRLISENNA, Giuseppe. **Método dos elementos finitos: o que é?** Disponível em: <https://www.esss.co/blog/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e/>. Acesso em: 20 maio de 2020.

SORIANO, H. L. **Sistemas de equações algébricas lineares em problemas estruturais**. Lisboa: Ministério da Habitação e Obras Públicas, 1981. Seminário 280.

SORIANO, Humberto Lima. **Estática das Estruturas**. Rio de Janeiro: Ciencia Moderna, 2007. 435 p.

SORIANO, Humberto Lima. **Introdução à dinâmica das estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014. 480 p.

SORIANO, Humberto Lima; LIMA, Silvio de Souza. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003. 580 p

TEIGA, André Filipe Silva. **Análise de tensões em tubos curvos sob flexão no plano de curvatura**. 2009. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 2009.

ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos**: a base da tecnologia cae- análise dinâmica. 2. ed. São Paulo: Érica, 2005. 302 p. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br>. Acesso em: 20 maio 2020.

ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos**: a base da tecnologia cae/análise não linear. São Paulo: Érica, 2012. 320 p. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br>. Acesso em: 21 maio 2020.

FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. **Um primeiro curso em elementos finitos**. Rio de Janeiro: Ltc, 2009. 256 p. Ricardo Nicolau Nassar Koury, Luiz Machado. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br>. Acesso em: 01 maio 2020.