



**Anais
Eletrônicos**

Sistemas Numéricos

Alexandre Moraes Tannus

2019

UniEVANGÉLICA
CENTRO UNIVERSITÁRIO

Centro Universitario de Anápolis - UniEVANGÉLICA

Associação Educativa Evangélica

Conselho de Administração

Presidente – Ernei de oliveira Pina

1º Vice-Presidente – Cicílio Alves de Moraes

2º Vice-Presidente – Ivan Gonçalves da Rocha

1º Secretário – Geraldo Henrique Ferreira Espíndola

2º Secretário – Francisco Barbosa de Alencar

1º Tesoureiro – Augusto César da Rocha Ventura

2º Tesoureiro – Djalma Maciel Lima

Centro Universitário de Anápolis

Chanceler – Ernei de Oliveira Pina

Reitor – Carlos Hassel Mendes da Silva

Pró-Reitora Acadêmica – Cristiane Martins Rodrigues Bernardes

Pró-Reitor de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Ação Comunitária – Sandro Dutra e Silva

Coordenador da Pesquisa e Inovação – Bruno Junior Neves

Coordenador de Extensão e Ação Comunitária – Fábio Fernandes Rodrigues

Portal de Periódicos Eletrônicos da UniEVANGÉLICA

Natasha Sophie Pereira

Eduardo Ferreira de Souza

Cursos Superiores de Computação da UniEVANGÉLICA

Diretora - Viviane Carla Batista Pocivi

Adrielle Beze Peixoto

Natasha Sophie Pereira

Renata Dutra Braga

Walquíria Fernandes Marins

SUMÁRIO

Apresentação	4
Objetivos	5
Geral	5
Específicos	5
Introdução	6
Desenvolvimento.....	7
O sistema posicional.....	8
Sistema binário	9
Sistema Octal.....	9
Sistema Hexadecimal	9
Forma de representação	9
Conversão entre bases numéricas	10
Decimal → Binário	10
Binário → Decimal	11
Hexadecimal → Binário	11
Binário → Hexadecimal	13
Hexadecimal → Decimal.....	14
Fica a Dica!	16
Conclusão	17
Referências.....	18

APRESENTAÇÃO

O ser humano sempre precisou de formas para contar quantidades. Desde os primórdios da civilização sistemas para realizar estas contagens foram desenvolvidos como forma de permitir que possamos quantificar várias coisas. Atualmente, o sistema mais utilizado para este fim é o sistema numérico decimal, baseado nos símbolos indo-árabicos que começaram a ser difundidos pelo mundo por volta do século VII d.C.

Na computação, apesar do sistema decimal ser largamente utilizado para diversos fins, outros sistemas também possuem relevante importância, tais como o sistema binário, octal e hexadecimal.

Este material aborda os conceitos fundamentais sobre estes quatro sistemas (decimal, binário, octal e hexadecimal), assim como os métodos para conversão de valores entre eles.

Após a leitura será possível identificar determinadas características de cada sistema e observar o seu uso em algumas áreas da computação, assim como calcular equivalências de valores entre os sistemas.

OBJETIVOS

Geral

Compreender os sistemas numéricos mais utilizados em computação e calcular a conversão de valores entre os sistemas

Específicos

- Conhecer os sistemas numéricos decimal, binário, octal e hexadecimal
- Apresentar uma forma de representar os números em cada sistema sem que haja ambiguidade
- Converter números entre os sistemas, seguindo regras estipuladas para cada caso

INTRODUÇÃO

Na área de computação, os números são apresentados em diversos formatos. Quando uma pessoa deseja comprar um computador, por exemplo, o sistema decimal é utilizado para especificar diversas características da máquina, tais como a memória RAM disponível (8 GB, por exemplo), a velocidade de processamento (2.4 GHz) e a capacidade de armazenamento de um SSD (120 GB).


Mas não apenas de números decimais vive a computação. Em redes de computadores é muito comum que sejam definidas regras de acesso a uma rede Wi-Fi através de endereços físicos, conhecidos como endereços MAC. Estes endereços são apresentados na forma de sequências de números e letras como, por exemplo, 22-F3-A4-88-73-BD. Esta sequência apresentada é um número no sistema de numeração hexadecimal. Este sistema também é amplamente utilizado para estilização de cores em páginas web utilizando o padrão RGB.

Descendo ao mais baixo nível da computação, aquele em que tratamos de como as informações realmente trafegam dentro dos computadores (e entre eles também) temos o sistema binário, composto apenas pelos dígitos 0 e 1. É sobre estes dois dígitos, também conhecidos como *bits*, que toda a computação é desenvolvida.

Este material explica como é composto cada um destes sistemas e como obter o valor de um número em um sistema a partir de uma representação em outro sistema.

DESENVOLVIMENTO

Desde os tempos antigos o ser humano buscava métodos para representar quantidades. Egípcios e babilônios utilizavam sistemas baseados em símbolos gráficos com princípio aditivo. Os símbolos eram somados de acordo com o seu valor para representar uma determinada quantidade. A Figura 1 mostra o sistema de numeração egípcio.

	Bastão	1
	Calcanhar	10
	Rolo de corda	100
	Flor de lótus	1000
	Dedo apontado	10000
	Peixe	100000
	Homem	1000000


9	16	54	1723	10400
				
				
				
			 	

Figura 1 - Sistema de numeração egípcio

Séculos mais tarde, os romanos também desenvolveram um sistema de numeração próprio, também baseado no princípio aditivo. Apesar deste sistema ter sido substituído pelo sistema indo-arábico por volta do século XV na Europa, ainda hoje existe uso para ele em capítulos de livros, nomes de reis e papas e designação de séculos, por exemplo.

Na Ásia e na África, notadamente nos países de cultura árabe, o sistema posicional decimal, baseado nos números hindus começou a ser difundido no século VII.

Um dos grandes diferenciais deste sistema era a possibilidade de representação do nada, definido pelo numeral zero, cuja primeira aparição documentada (e aceita universalmente) aconteceu em 870 d.C. Além disso, a quantidade de símbolos era fixa em 10 e a posição que o símbolo ocupava determinava o seu valor. A partir do século X a Europa tomou conhecimento do sistema, através de ofício do papa Silvestre II (em 980 d.C.) e também do matemático italiano Leonardo Fibonacci, através do livro *Liber Abaci* (1202 d.C.).

O sistema posicional

O sistema decimal posicional proposto pelos árabes virou padrão na Europa no século XV. Neste sistema, os símbolos são repetidos e seu valor é definido de acordo com a posição que ele ocupa. A posição mais à direita é a posição 0 e representa as unidades. Avançando para a esquerda temos as representações de dezenas (posição 1), centenas (posição 2), milhar (posição 3) e assim sucessivamente. Os valores obtidos são posteriormente somados para a obtenção do valor total representado. A forma matemática do sistema posicional é

$$\text{valor} = \text{símbolo} * \text{base}^{\text{posicao}}$$

Para o sistema decimal os símbolos permitidos variam de 0 a 9 e a base utilizada é 10. Um exemplo de representação do sistema posicional é mostrado na

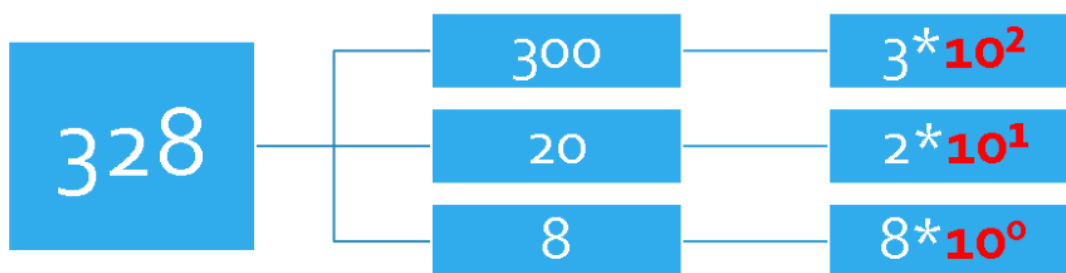


Figura 2 - Representação do sistema posicional

As noções do sistema posicional decimal também são aplicáveis a outros sistemas de numeração com diferentes bases. Em computação os sistemas mais comuns que utilizam essa abordagem são o binário, o octal e o hexadecimal.

Sistema binário

O sistema binário trabalha com a base 2 e possui apenas dois símbolos (0 e 1), também conhecidos como *bit*, e possui ampla aplicação em equipamentos digitais. Os bits podem ser uma representação de dicotomias tais como ligado/desligado, verdadeiro/falso, aberto/fechado, dentre outras.

Sistema Octal

O sistema octal surgiu como uma forma de representar os números binários de forma mais compacta. A união de três bits gera um símbolo octal, representado pelos numerais de 0 a 7. Este sistema de numeração utiliza a base 8.

Sistema Hexadecimal

O sistema hexadecimal (base 16) substituiu o sistema octal para a representação compacta de números binários, utilizando um símbolo para representar quatro bits. Os símbolos utilizados são os numerais de 0 a 9 e as seis primeiras letras do alfabeto (A, B, C, D, E, F). É comum a notação hexadecimal ser precedida por *0x*.

Forma de representação

Neste material a forma de representação utilizada será

$$(valor)_{base}$$

Sendo assim, o número $(34)_8$, por exemplo, é a representação do valor 34 no sistema octal (base 8).

Conversão entre bases numéricas

Decimal → Binário

A conversão entre a base decimal e a base binária pode ser feita através do método da divisão sucessiva. Este método exige que o valor decimal seja dividido sucessivas vezes por 2, obtendo-se o quociente inteiro da divisão e o também o resto da mesma. Caso o quociente seja igual a zero a divisão é parada.

Exemplo: Converter o número $(23)_{10}$ para a base binária

O passo inicial é dividir 23 por 2

$$\frac{23}{2} = 11,5$$

Conforme explicitado anteriormente, apenas o valor inteiro é interessante para a divisão. Sendo assim $\frac{23}{2} = 11$. Também é importante obter o valor do resto da divisão, que neste caso é igual a 1. Como o valor do quociente é diferente de zero uma nova divisão por 2 será necessária. A Tabela 1 mostra os quocientes e restos da divisão por 2

Tabela 1 - Conversão do número 23

Valor	Quociente (<i>valor/2</i>)	Resto (<i>valor % 2</i>)
23	11	1
11	5	1
5	2	1
2	1	0
1	0	1
0		

A representação binária é obtida extraindo os valores do resto das divisões realizadas na ordem inversa. Sendo assim o valor $(23)_{10}$ é corretamente representado na base binária pelo número $(10111)_2$.

Binário → Decimal

A conversão do sistema binário para o sistema posicional é feita através da forma matemática do sistema posicional ($valor = simbolo * base^{posicao}$). Para esta conversão, a base utilizada é a base do sistema de origem, no caso o sistema binário. O valor de cada símbolo é analisado de acordo com sua posição e, posteriormente, todos os valores são somados para a obtenção do valor final

Exemplo: Converter o número $(100110)_2$ para o sistema decimal

Tabela 2 - Conversão binário - decimal

Posição	Símbolo	Valor
0	0	$0 * 2^0 = 0$
1	1	$1 * 2^1 = 2$
2	1	$1 * 2^2 = 4$
3	0	$0 * 2^3 = 0$
4	0	$0 * 2^4 = 0$
5	1	$1 * 2^5 = 32$
Total		$32 + 4 + 2 = 38$

Sendo assim, o número $(100110)_2$ corresponde ao valor 38 na base decimal

Hexadecimal → Binário

O sistema hexadecimal, conforme apresentado anteriormente, é uma forma compacta de representar números binários. Cada símbolo hexadecimal corresponde a 4 bits. Uma forma de realizar a conversão é verificar o equivalente do símbolo hexadecimal no sistema decimal e convertê-lo para binário. Para o caso dos símbolos numéricos (0-9) a relação é direta (3 na base hexadecimal equivale a 3 na base decimal). Para os literais segue-se a sequência iniciada na letra A (com valor decimal igual a 10) até a letra F (valor decimal igual a 15).

Exemplo 1: Converter o número $(9D)_{16}$ para binário (Tabela 3)

Tabela 3 - Conversão de 9D para binário

Hexadecimal	Decimal	Binário
Correspondente		
9	9	1001
D	13	1101
TOTAL		10011101

É importante salientar que a representação hexadecimal é obrigatoriamente a compactação de 4 bits. Mesmo que uma conversão de um valor tenha menos de quatro bits, é obrigatório que sejam colocados zeros à esquerda até completar os quatro bits

Exemplo 2: Converter o número $(A41)_{16}$ para binário (Tabela 4)

Tabela 4 - Conversão de A41 para binário

Hexadecimal	Decimal	Binário	Binário
Correspondente			4 bits
A	10	1010	1010
4	4	100	0100
1	1	1	0001
TOTAL		101001000001	

A Tabela 5 mostra todos os valores de conversão hexadecimal para binário.

Tabela 5 - Conversão hexadecimal - binário

Hexadecimal	Binário	Hexadecimal	Binário
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Binário → Hexadecimal

A conversão do sistema binário para o hexadecimal é feita através do agrupamento de 4 bits do número binário dado. Este agrupamento deve ser feito da direita para a esquerda. Em seguida, pode ser obtido o valor decimal equivalente e, a partir dele, definir o valor hexadecimal

Exemplo: Converter o número $(110101100101)_2$ para o sistema hexadecimal

$$\left(\underbrace{1101}_3 \underbrace{0110}_2 \underbrace{0101}_1 \right)_2$$

Tabela 6 - Conversão binário para hexadecimal

Grupo	Valor	Valor
	Decimal	Hexadecimal
0101	5	5
0110	6	6
1101	13	D
TOTAL		D65

Hexadecimal → Decimal

A conversão do sistema hexadecimal para o decimal é similar ao método utilizado para obter um número decimal a partir do binário. A única diferença é que a base considerada é igual a 16.

Exemplo: Converter o número $(C37)_{16}$ para o sistema decimal (Tabela 7)

Tabela 7 - Conversão binário - decimal

Posição	Símbolo	Valor
0	7	$7 * 16^0 = 7$
1	3	$3 * 16^1 = 48$
2	C	$12 * 16^2 = 3072$
Total		$7 + 48 + 3072 = 3127$

Octal → Binário

Assim como o sistema hexadecimal, o sistema octal é uma forma de compactar os valores binários. Neste sistema cada grupo de três bits representa um símbolo octal. As regras sobre como realizar o agrupamento e preenchimento de bits faltantes definidas para a conversão do sistema hexadecimal para o binário são válidas para esta conversão também.

Exemplo: Converter o número $(720)_8$ para binário (Tabela 8)

Tabela 8 - Conversão octal para binário

Octal	Decimal	Binário	Binário
Correspondente		3 bits	
7	7	111	111
2	2	10	010
0	0	0	000
TOTAL		111010000	

Binário → Octal

A conversão do sistema binário para o octal é feita através de agrupamento de três dígitos na cadeia de bits, sempre começando da esquerda para a direita

. **Exemplo:** Converter o número $(100110111011)_2$ para o sistema octal

$$\left(\underbrace{100}_4 \underbrace{110}_3 \underbrace{111}_2 \underbrace{011}_1 \right)_2$$

Grupo	Valor	Valor
	Decimal	Octal
100	4	4
110	6	6
111	7	7
011	3	3
TOTAL		$(4673)_8$

Octal → Decimal

Esta conversão é realizada através da forma matemática do sistema posicional, considerando a base igual a 8.

Exemplo: Converter o número $(1456)_8$ para o sistema decimal

Posição	Símbolo	Valor
0	6	$6 * 8^0 = 6$
1	5	$5 * 8^1 = 40$
2	4	$4 * 8^2 = 256$
3	1	$1 * 8^3 = 512$
Total		$6 + 40 + 256 + 512 = 814$

FICA A DICA!

1. Conversão de qualquer sistema para o decimal

Conforme visto nos cálculos a conversão de todos os sistemas para o sistema decimal é realizada através da forma matemática do sistema posicional, tendo atenção ao fato que o sistema de origem define qual é o valor da base

$$valor = simbolo * base^{posicao}$$

2. Conversão do sistema decimal para qualquer sistema

Foi abordado neste material a conversão do sistema decimal para o binário através do método de divisões sucessivas. É possível utilizar o mesmo método para converter para os sistemas octal e hexadecimal, desde que sejam o divisor seja a base para a qual a conversão será realizada.

No caso do sistema binário a base 2 é utilizada e existe uma grande facilidade em obter o resto da divisão, devido ao conceito de números pares (resto 0) e ímpares (resto 1). Não existe um conceito com esta simplicidade para a obtenção do resto da divisão por 8 e por 16, o que torna mais complexa a aplicação deste método. Sendo assim, é indicado que seja realizada uma conversão para o sistema binário e, logo após, obtenham-se os valores referentes ao octal e hexadecimal, caso sejam necessários.

3. Conversão octal para hexadecimal e vice-versa

Não existe um método direto para realizar a conversão entre os sistemas octal e hexadecimal. Neste caso, o método mais simples é a obtenção do binário equivalente e a conversão para o sistema desejado através desse binário

CONCLUSÃO

Este material aborda os conceitos fundamentais de sistemas numéricos, com ênfase nos sistemas decimal, binário, octal e hexadecimal, os quais possuem aplicações práticas em diversas áreas da computação.

As regras de conversão entre os sistemas foram tratadas de forma a facilitar o entendimento de como realizar a passagem de um valor que está expresso em um sistema para obter o mesmo valor expresso em outro sistema.

Estes conceitos são bastante úteis para facilitar o entendimento em diversas áreas da computação, tais como redes de computadores, programação web, arquitetura de computadores, dentre outras. Em redes de computadores conceitos como endereçamento IP (tanto na versão 4 como na versão 6), máscaras de rede, roteamento e endereçamento MAC podem ser melhor compreendidos conhecendo os conceitos de sistemas numéricos. Em programação web, a estilização de páginas, principalmente no quesito cores, pode ser realizada utilizando o conhecimento de numeração hexadecimal e/ou decimal. Em arquitetura de computadores o estudo da operação da unidade lógica aritmética (ULA) dos processadores envolve o aprendizado de como são realizados os cálculos dentro do processador utilizando o sistema binário. As posições de memória onde estão armazenados os programas e/ou os dados são geralmente representadas por números hexadecimais.

REFERÊNCIAS

IDOETA, Ivan; CAPUANO, Francisco. **Elementos de Eletrônica Digital**. 41. ed. São Paulo: Érica, 2012.

STALLINGS, William. **Arquitetura e Organização de Computadores**. 8. ed. São Paulo: Pearson, 2010.